I MANGA DELLE SCIENZE

FISICA

HIDEO NITTA
KEITA TAKATSU
TREND-PRO CO., LTD.

la Repubblica Le Scienze

I MANGA DELLE SCIENZE

FISICA

HIDEO NITTA
KEITA TAKATSU
TREND-PRO CO., LTD.

SOMMARIO

PREFAZIONE

Per capire la fisica è fondamentale riuscire a visualizzare l'oggetto delle nostre indagini: nella meccanica classica, in particolare, è importante capire come si applicano le leggi fisiche agli oggetti in movimento. Purtroppo, però, i libri di testo tradizionali offrono raramente immagini adeguate di questi fenomeni.

Il libro che avete in mano prova a spiegare la fisica usando i fumetti. Molto più che semplici illustrazioni, i fumetti sono un mezzo espressivo e dinamico in grado di rappresentare lo scorrere del tempo, mostrando in modo vivido i cambiamenti mentre avvengono. I fumetti possono trasformare leggi apparentemente aride e scenari astratti in cose familiari, semplici e comprensibili. E poi, ovviamente, sono divertenti, un aspetto ben presente anche in questo libro.

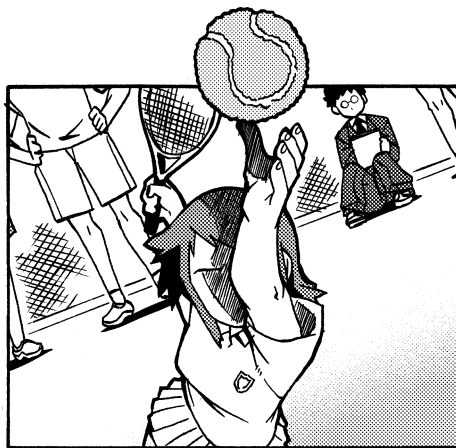
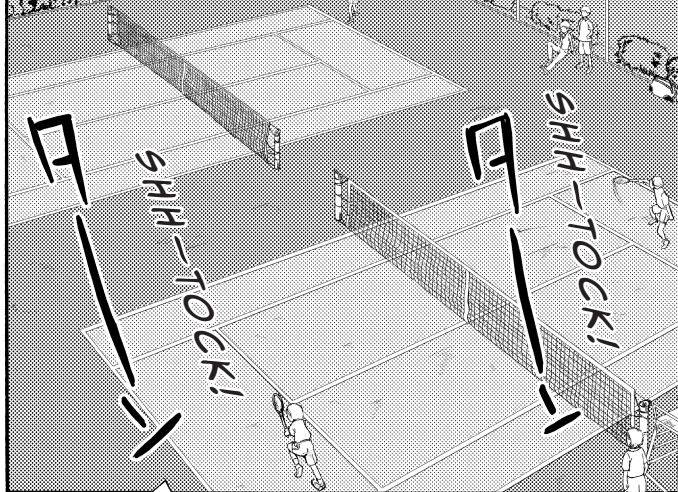
Poiché tengo molto all'opinione del pubblico, aspetto il giudizio dei lettori per sapere se sono riuscito nell'intento. Per quanto mi riguarda, sono soddisfatto della mia opera, nonostante – per limiti di spazio – abbia dovuto omettere il capitolo in cui una passeggiata al luna park serviva a spiegare il moto circolare e i riferimenti non inerziali.

Il personaggio principale del libro è Megumi Ninomiya, una studentessa delle superiori che ha qualche problema con la fisica. Spero vivamente che questo libro raggiunga molti di quei lettori che pensano "la fisica è difficile" o "la fisica non mi piace", aiutandoli a trovare in questa scienza almeno un po' del piacere scoperto da Megumi.

Come ultima cosa, voglio esprimere la mia gratitudine nei confronti del personale dell'OHM Development Office, dello sceneggiatore re_akino e del disegnatore Keita Takatsu: senza la loro collaborazione questo straordinario fumetto non sarebbe mai stato realizzato.

HIDEO NITTA

PROLOGO

LA FISICA TI PREOCCUPA?

SHH-TOCK!
SHH-TOCK!
BLAP!
ACC...!
WHIZ!
POW!
SHAZAM!
FORZA, MEGUMI!
CONCENTRATI, NON TI DEVI DISTRARRE...

QUALCHE ORA PRIMA...

COM'È ANDATO IL COMPITO DI FISICA?

STIAMO CONFRONTANDO LE RISPOSTE.

ALLORA?

COME AVETE RISPOSTO ALLA 9?

9) Supponiamo di colpire una palla da tennis con una racchetta. Quale forza è maggiore, quella con cui la palla spinge la racchetta o quella della racchetta sulla palla? Selezionare la risposta corretta.

A. La forza con cui la racchetta spinge la palla è maggiore di quella della palla sulla racchetta.
B. La forza con cui la palla spinge la racchetta è maggiore di quella della racchetta sulla palla.
C. La forza con cui la palla spinge la racchetta è uguale a quella della racchetta sulla palla.
D. Il rapporto tra la forza della palla sulla racchetta e la forza della racchetta sulla palla dipende dal peso della racchetta e dalla velocità della palla.

IO HO SCELTO C.

PERCHÉ?

OH, NO... IO HO MESSO A.

CON UN SENSO DI SUPERIORITÀ

MIA CARA MEGUMI...

HAI DIMENTICATO IL TERZO PRINCIPIO DELLA DINAMICA?

IH-IH-IH

IN CHE SENSO, SAYAKA?

IH-IH-IH

NON TI RICORDI?! È IL PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE.

FORZA DELLA PALLA SULLA RACCHETTA

FORZA DELLA RACCHETTA SULLA PALLA

LA FORZA DELLA RACCHETTA SULLA PALLA E LA FORZA DELLA PALLA SULLA RACCHETTA SONO SEMPRE UGUALI.

ふふん

A PROPOSITO... NON TI SARAI DIMENTICATA ANCHE

DELLA NOSTRA PARTITA DOPO LA SCUOLA?

EH, BE'...

CE-CE... CERTO CHE NO!

SEI UNA SCHIAPPA ANCHE A GIOCARE!

IH-IH-IH

AH, BENE...

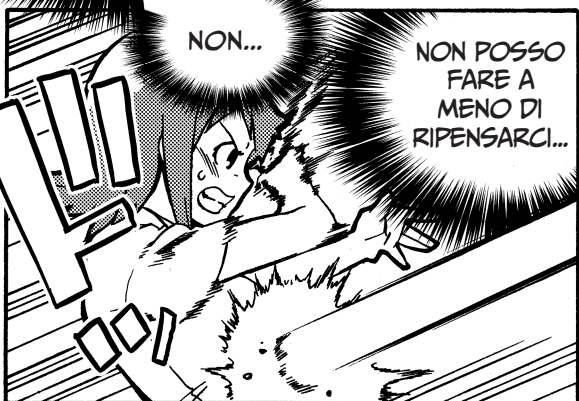
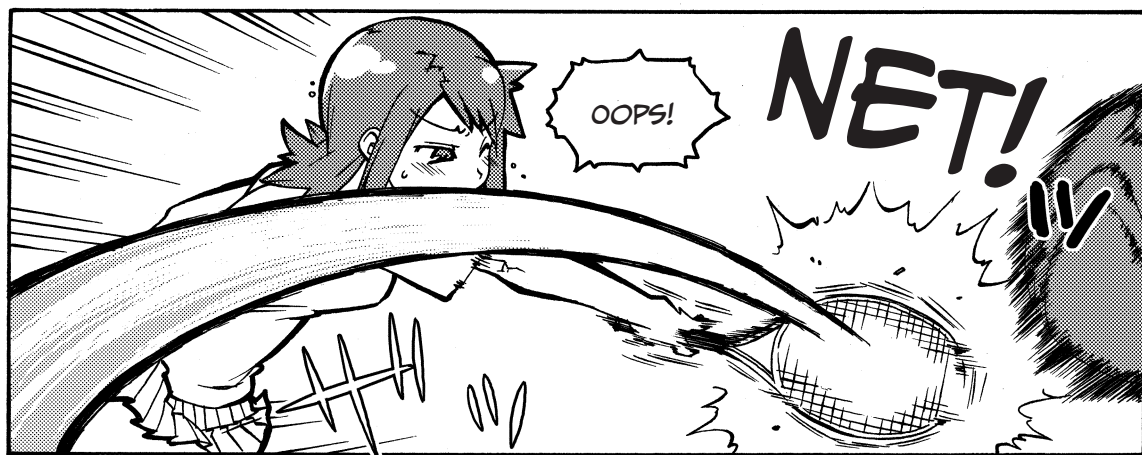
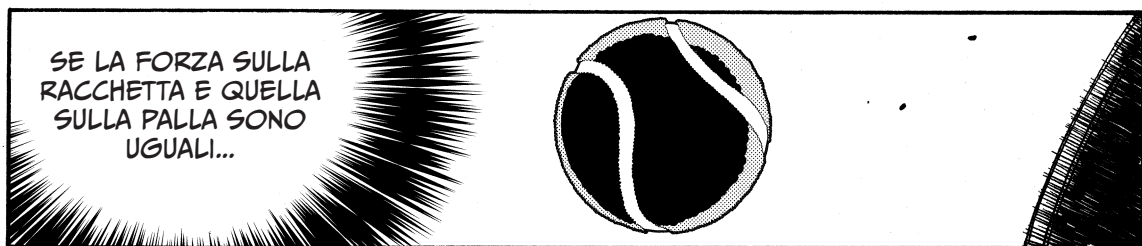
CLICK

...MI RACCO-MANDO...

SU, DAI.

GRRRR...

NON LA SOPPORTO!

PANG
OH, NO. NON RIESCO A CONCENTRARMI.
NON...
NON POSSO FARE A MENO DI RIPENSARCI...

LA FORZA SULLA PALLA DEVE ESSERE MAGGIORE!

OOPS!
NET!

SE LA FORZA SULLA RACCHETTA E QUELLA SULLA PALLA SONO UGUALI...

UOOF!

SE SONO UGUALI...

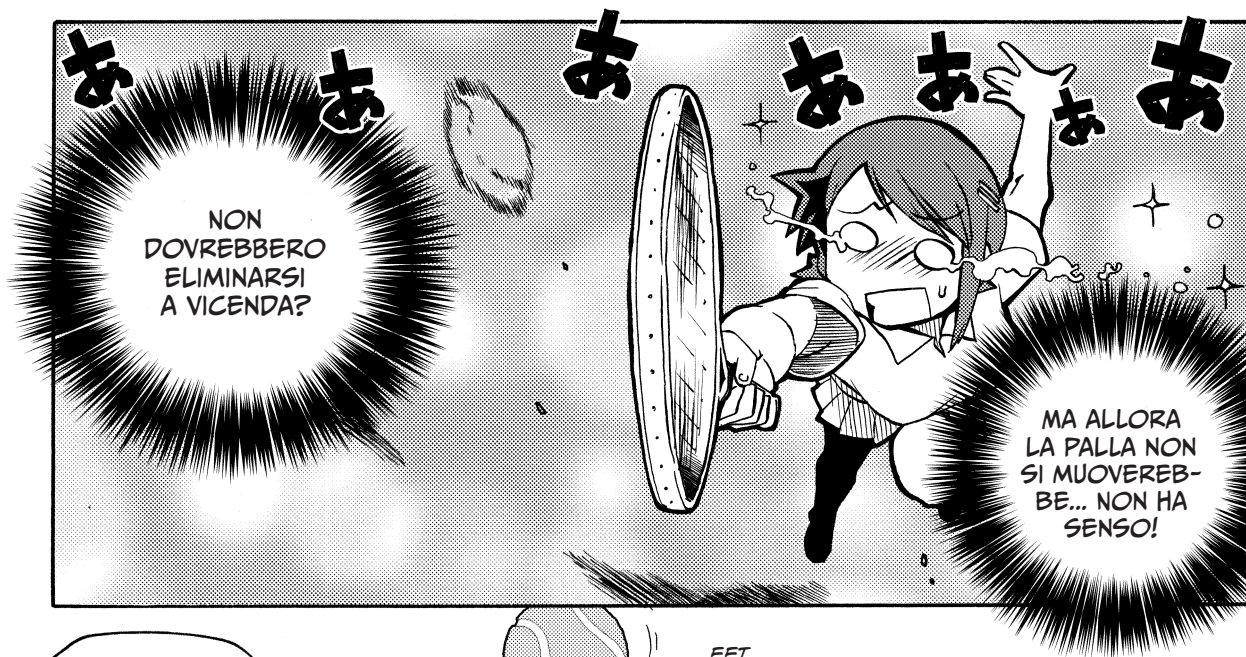
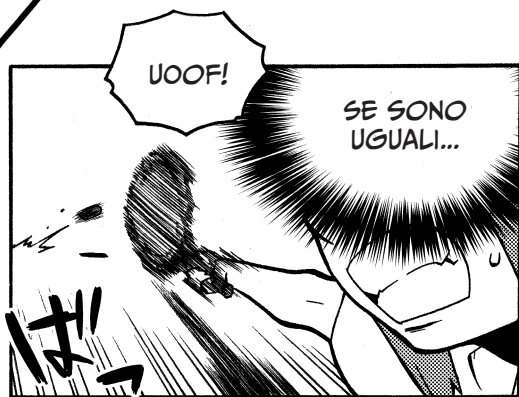
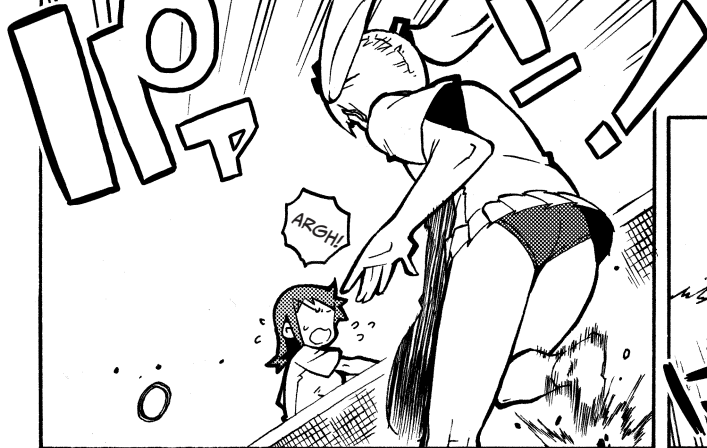
ARGH!

NON DOVREBBERO ELIMINARSI A VICENDA?

MA ALLORA LA PALLA NON SI MUOVEREB-BE... NON HA SENSO!

FFT

FFT

IH-IH-IH

CIAO CIAO. CHI PERDE RIMETTE A POSTO.

GIOCO, SET, INCONTRO!

HA VINTO SAYAKA!

CAVOLO.

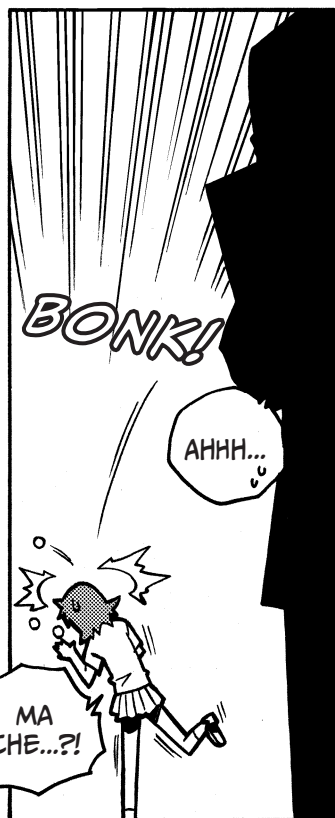
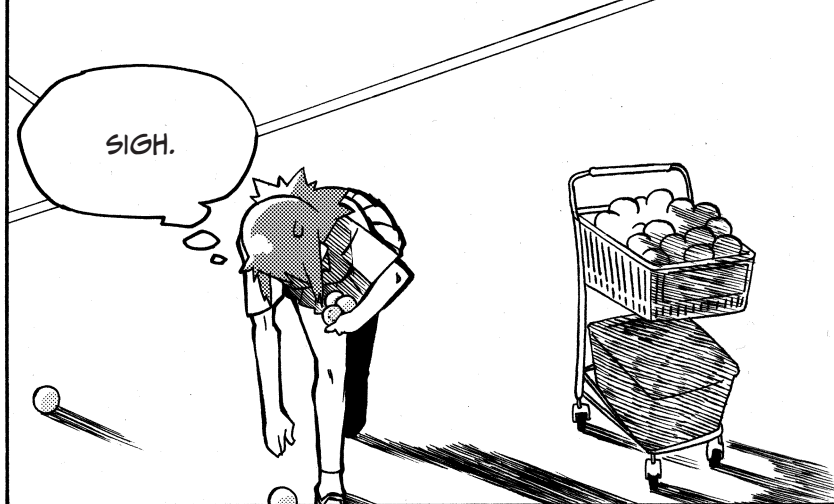
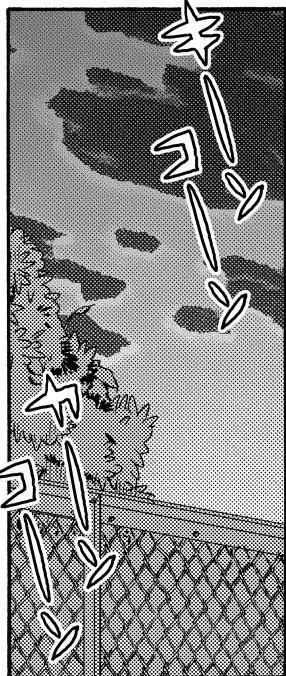
PIÙ TARDI...

SIGH.

HO PERSO CONTRO SAYAKA...
E ANCORA NON CAPISCO.
WHOOSH

BONK!
AHHH...
MA CHE...?!

OH, SCUSA!

RYOTA NONOMURA, IL MIO COMPAGNO DI CLASSE?

A SCUOLA LO CONOSCONO TUTTI: HA VINTO UNA MEDAGLIA D'ARGENTO
ALLE OLIMPIADI INTERNAZIONALI DI FISICA

NON C'È PROBLEMA, VISTO CHE NON L'HAI FATTO APPOSTA.
THUMP
THUMP

MA CHE CI FACEVI QUI?

CALCOLAVO IL MOTO DELLA PALLA MENTRE GIOCAVATE.
Magnus.
WOW! PROPRIO UNA ROBA DA VINCITORE DELLE OLIMPIADI DI FISICA!

E COSÌ... MI HAI ANCHE VISTO PERDERE!
BE', SÌ.

ゴオオオオ
STA' A SENTIRE!
ORA TI DICO COM'È CHE HO PERSO.
HUFF
IN CHE SENSO?

TI RICORDI CHE OGGI NEL COMPITO DI FISICA C'ERA UNA DOMANDA SUL TENNIS?

CERTO.

L'HO SBAGLIATA. È PER QUESTO CHE ERO PREOCCUPATA MENTRE GIOCAVO.

ERI PREOC-CUPATA?

SÌ.

...CAPISCO.

NON RIUSCIVO PROPRIO A CONCENTRARMI SULLA PARTITA.

SENTI...

NONOMURA-KUN, MI AIUTERESTI A CAPIRE LA FISICA?

IO?! PERCHÉ...!?

CHE...?

??

HAI VINTO LA MEDAGLIA D'ARGENTO, NO? TI PREGO, AIUTAMI!

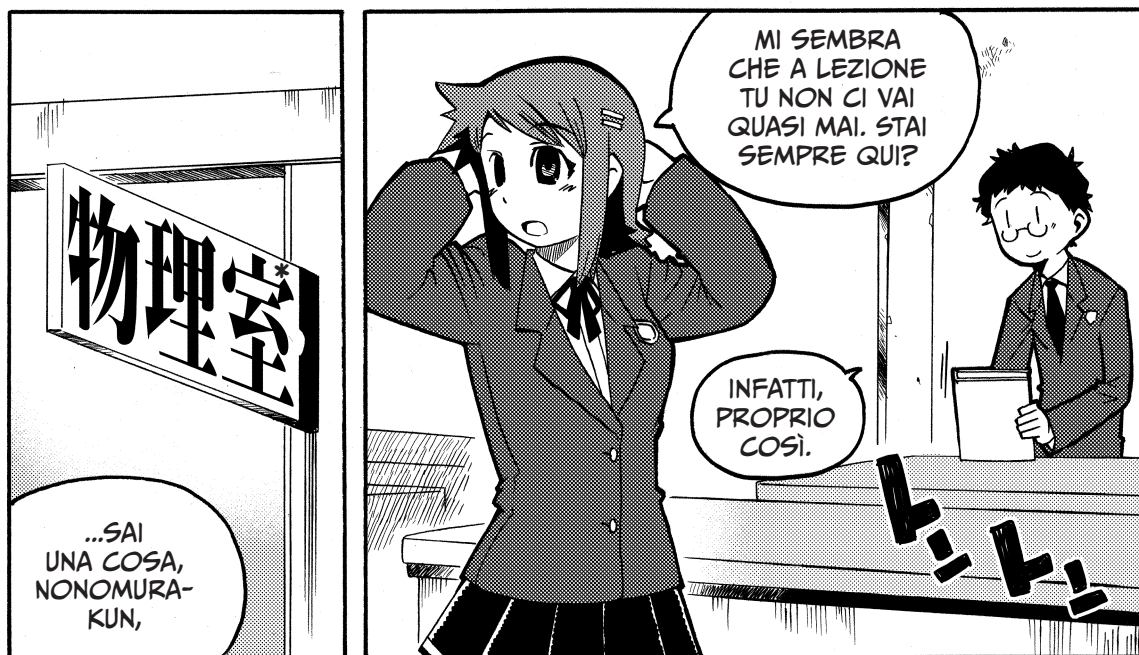
MMM...
MA...
...

AHI, CHE MALE! DEV'ESSERE DOVE MI HAI COLPITA CON LA PALLA.
O-OHH...
CHE FAI? TI STAI TENENDO LA PANCIA. NON È LÌ CHE TI HO COLPITA!

VA BENE, D'ACCORDO! TI AIUTO!
SUL SERIO?

CERTO!
MA MI DEVI PROMETTERE UNA COSA. FARAI DEL TUO MEGLIO PER CAPIRE LA FISICA?

1
IL PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE

IL PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE

* LABORATORIO

COME FUNZIONA IL PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE

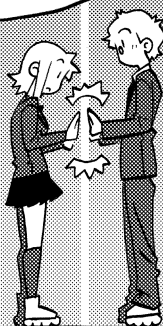
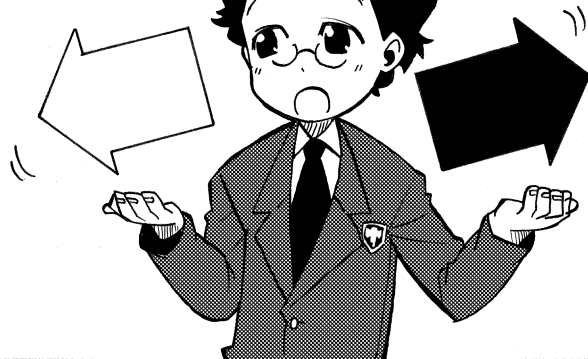
ALLORA, COMINCIAMO.

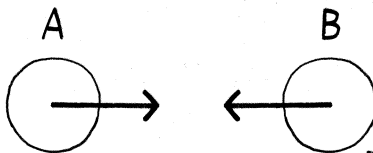
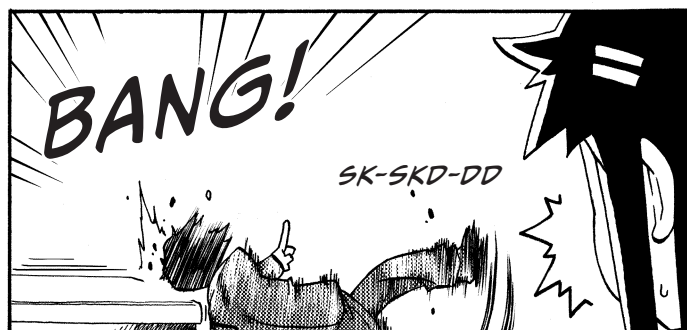
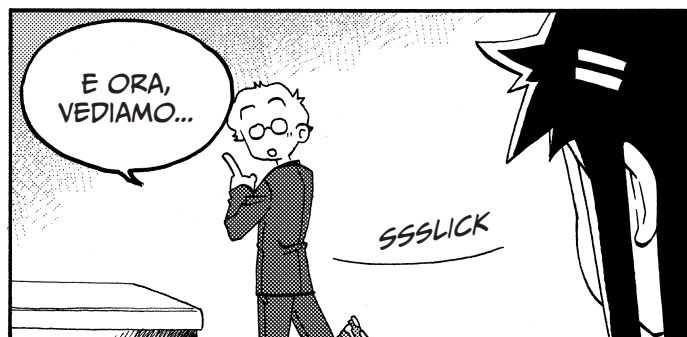
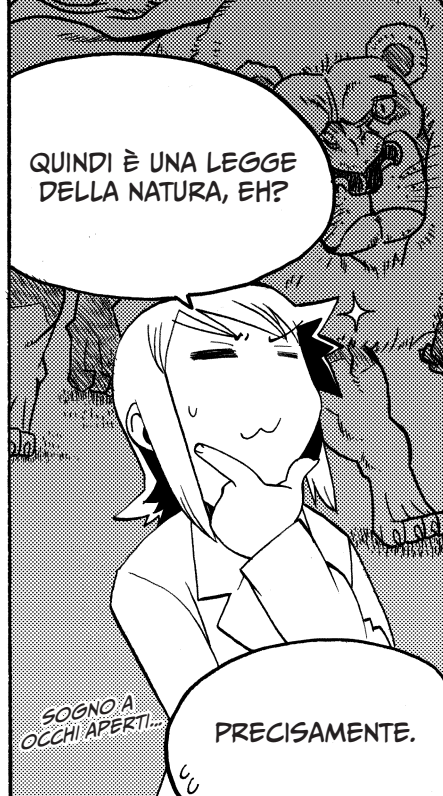
SENTIAMO COME FUNZIONA SUI NOSTRI CORPI.
SUI NOSTRI CORPI?
SÌ, SUI NOSTRI CORPI.
QUESTA LEZIONE COMINCIA A DIVENTARE UN PO' STRANA...
...NO, NO, MI HAI FRAINTESO.
QUELLI SONO... PATTINI IN LINEA?!
METTITELI.
COSA?
WOOPS! ECCO QUI. COSÌ?
EHI, MI STANNO!
OTTIMO. ORA ME LI METTO ANCH'IO.
ASCOLTA: IO HO UNA MASSA DI CIRCA 60 CHILI.
E TU, NINOMIYA-SAN, DI CIRCA...
AH...HA-HA..
CRUNCH
...EMH... DICIAMO 40 CHILI. PESI SENZ'ALTRO MENO DI ME.

ADESSO... IO METTO LE MANI COSÌ E TU MI SPINGI CON LE TUE.
PENSI DI RIUSCIRE A SPOSTARMI SENZA MUOVERTI ANCHE TU, NINOMIYA-SAN?
COSÌ? COSÌ.
SPINGI!
HA!
CON UNA MASSA DI 40 CHILI, SPINGERÒ TE, NONOMURA-KUN, E LA TUA MASSA DI 60 CHILI.
SÌ, SÌ... IO, 40 CHILI!
PRECISAMENTE.
PERCHÉ MI FAI QUEL SORRISETTO?
ROTOLA-ROTOLA
EHI, GUARDA.
ROTOLA-ROTOLA
VEDI? CI MUOVIAMO ENTRAMBI.
E TU SEI ANDATA PIÙ LONTANO, NINOMIYA-SAN.
OH, HAI RAGIONE...

PROVIAMO AL CONTRARIO.
SE SONO IO A SPINGERE, ANDIAMO DI NUOVO INDIETRO ENTRAMBI.
DAVVERO?

QUANDO CERCHI DI USARE UNA FORZA SU DI ME,
ANCHE SE IO NON REAGISCO DI PROPOSITO SPINGENDO,
PURE SUL TUO CORPO SI ESERCITERÀ UNA FORZA, NINOMIYA-SAN.

OGNI VOLTA CHE UNO DI NOI APPLICA UNA FORZA SULL'ALTRO,
SHAZAM!

RICEVE LA STESSA FORZA NELLA DIREZIONE OPPOSTA.
A-AH!
QUINDI NON TI POSSO SPOSTARE SENZA SPOSTARMI ANCH'IO.

QUESTO PRINCIPIO DESCRIVE IL COMPORTAMENTO NATURALE DI DUE OGGETTI. QUANDO L'OGGETTO A ESERCITA UNA FORZA SULL'OGGETTO B, L'OGGETTO B NE ESERCITA UNA UGUALE E OPPOSTA.

A OGNI AZIONE CORRISPONDE UNA REAZIONE UGUALE E OPPOSTA.

A

B

L'EQUILIBRIO

LA FORZA HA UNA DIREZIONE, OLTRE CHE UN VALORE.

UNA GRANDEZZA CHE HA SIA UN VALORE, O MODULO, SIA UNA DIREZIONE SI CHIAMA *VETTORE*.

DIREZIONE DELLA FORZA

FORZA DELLA MANO

MODULO DELLA FORZA

MODULO DELLA FORZA

FORZA DI GRAVITÀ

DIREZIONE DELLA FORZA

SONO QUELLI RAPPRESENTATI DALLE FRECCE NELLA TUA ILLUSTRAZIONE, NO?

SI DISEGNA UNA FRECCIA NELLA DIREZIONE DELLA FORZA, E LA LUNGHEZZA RAPPRESENTA IL MODULO.
E QUINDI IL DISEGNO MOSTRA...
CHE LA FORZA DI GRAVITÀ E LA FORZA DELLA MANO HANNO LO STESSO MODULO, GIUSTO?
SÌ. L'EQUILIBRIO SI RIFERISCE A UNA RELAZIONE DI FORZE COME QUELLA DELLA FIGURA.
FORZA TOTALE SULLA PALLA
=
FORZA DELLA MANO
+
FORZA DI GRAVITÀ
=
ZERO
0
LE FORZE SI ELIMINANO A VICENDA.
SE SPOSTO LA MANO RAPIDAMENTE PER SMETTERE DI REGGERE LA PALLA,
NON C'È PIÙ!
YANK
RESTA SOLO LA GRAVITÀ AD AGIRE SULLA PALLA, CHE QUINDI CADE.
WHIZ
TUM

EQUILIBRIO E PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE

ADESSO VEDIAMO LA DIFFERENZA TRA L'EQUILIBRIO E IL PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE.

ISSA!

PER VEDERLO MEGLIO, CONFRONTIAMOLI USANDO DUE PALLE.

BENE.

QUANDO CONSIDERIAMO L'EQUILIBRIO, CI CONCENTRIAMO SOLO SULLA FORZA APPLICATA ALLA PALLA.

PER IL PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE, INVECE, DOBBIAMO PENSARE SIA ALLA PALLA CHE ALLA MANO.

FORZA DELLA MANO

FORZA DI GRAVITÀ (PESO)

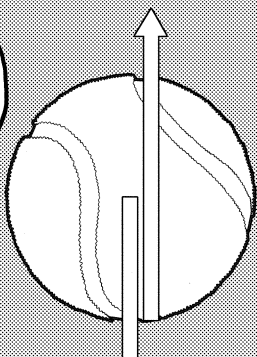
EQUILIBRIO

FORZA DELLA MANO

FORZA DELLA PALLA (PESO)

PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE

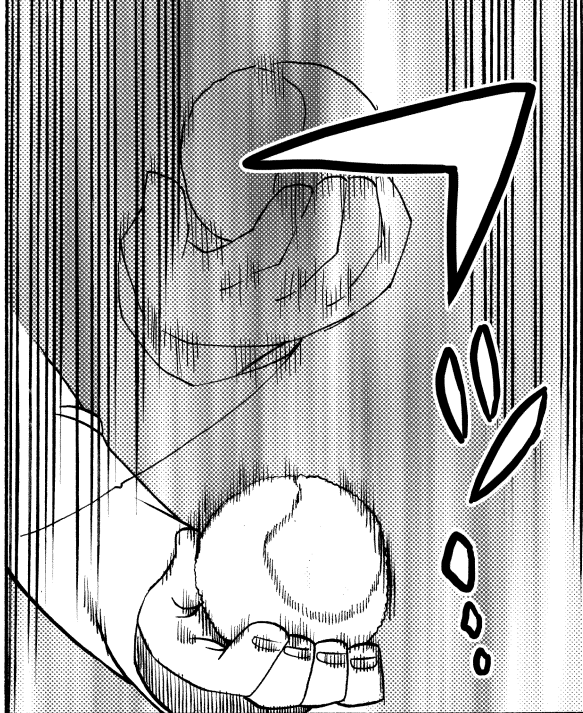
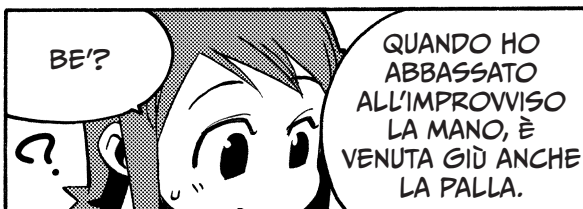
IL CONCETTO DI EQUILIBRIO RIGUARDA LA FORZA APPLICATA A UN SINGOLO OGGETTO.

INVECE IL PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE RIGUARDA LE FORZE DI OGGETTI DIVERSI COME LA PALLA E LA MANO.

A-AH!
QUINDI È QUESTA LA DIFFERENZA TRA L'EQUILIBRIO E IL PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE.

QUANDO TIENI UNA PALLA NE SENTI IL PESO, NO?
ぽす
POSH

È LA PROVA DEL FATTO CHE ANCHE LA MANO SPINGE LA PALLA CON UNA FORZA DELLO STESSO MODULO...
...DELLA FORZA CON CUI LA PALLA SPINGE LA MANO. È PROPRIO IL PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE.

È UN PUNTO DI VISTA DIVERSO RISPETTO AL CONCETTO DI EQUILIBRIO.

ANZI, TE LO MOSTRO IN MODO ANCHE PIÙ SEMPLICE.
スッ

POTREMMO ANCHE DIRE COSÌ. MA PENSA AL RAPPORTO TRA FORZE DI INTENSITÀ DIVERSA.

DICO... DICO BENE?
...
ESATTO! HAI CAPITO.
EVVIVA!
QUANDO LA FORZA ESERCITATA DALLA MANO SULLA PALLA DIMINUISCE, VIENE MENO L'UGUAGLIANZA DELLE FORZE E APPARE UNA FORZA MAGGIORE VERSO IL BASSO. DAL PUNTO DI VISTA DELL'EQUILIBRIO POSSIAMO SPIEGARE COSÌ COME CADE UNA PALLA.
FORZA DELLA MANO CHE REGGE LA PALLA
FORZA DI GRAVITÀ
FORZA DI GRAVITÀ
FORZA DELLA MANO CHE REGGE LA PALLA
FORZA RISULTANTE
SIGNORI, SI SCENDE.
QUINDI LA PALLA NON È PIÙ IN EQUILIBRIO.
CHE COSA SUCCEDE INVECE DAL PUNTO DI VISTA DEL PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE?
CIOÈ QUANDO CONSIDERIAMO SIA LA PALLA CHE LA MANO?
ESATTAMENTE! QUANDO ABBASSI LA MANO, COME SENTI IL PESO DELLA PALLA?

PER ROMPERE L'EQUILIBRIO E SPINGERE LA PALLA IN ALTO, LA MANO DEVE ESERCITARE SULLA PALLA UNA FORZA MAGGIORE DI QUELLA DELLA GRAVITÀ.

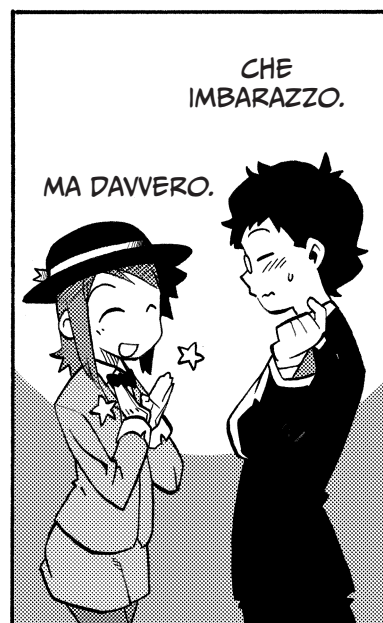
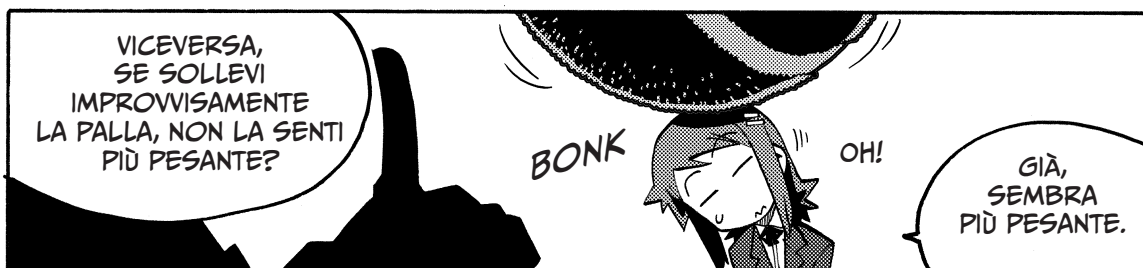
FORZA DELLA MANO CHE REGGE LA PALLA

FORZA DI GRAVITÀ

FORZA RISULTANTE = FORZA DI GRAVITÀ + FORZA DELLA MANO CHE REGGE LA PALLA

SIGNORI, SI SALE

CHE IMBARAZZO.

MA DAVVERO.

QUINDI ANCHE LA FORZA DI REAZIONE AUMENTA: PER QUESTO LA SENTI PIÙ PESANTE.
FORZA ESERCITATA DALLA MANO SULLA PALLA
FORZA ESERCITATA DALLA PALLA SULLA MANO
VEDI, LA FORZA CHE LA PALLA ESERCITA SULLA MANO AUMENTA ESATTAMENTE QUANTO QUELLA CHE LA MANO ESERCITA SULLA PALLA.

ADESSO QUESTO TI AIUTA A CAPIRE LA DOMANDA DEL COMPITO SULLA RACCHETTA E LA PALLA?
FLASH-BACK
UMMMM...

NON SONO AFFARI TUOI!
!?
CHE TI SUCCEDE, NINOMIYA-SAN?

9) Supponiamo di colpire una palla da tennis con una racchetta. Quale forza è maggiore, quella con cui la palla spinge la racchetta o quella della racchetta sulla palla?
EHM, SCUSA. MI PARE CHE LA DOMANDA FOSSE COSÌ.

ECCO: QUANDO COLPISCI LA PALLA, LA FORZA DELLA RACCHETTA SULLA PALLA VARIA A SECONDA DEL TUO COLPO E DELLA VELOCITÀ DELLA PALLA.
SÌ, LO SO.

ANCHE SE LA PALLA È IN CONTATTO CON LA RACCHETTA SOLO PER POCHISSIMO TEMPO, IN QUELL'ATTIMO IL RAPPORTO FRA LE FORZE CAMBIA CONTINUAMENTE.

NATURALMENTE ANCHE LA FORZA ESERCITATA DALLA RACCHETTA SULLA PALLA CAMBIA DI CONTINUO.
FORZA ESERCITATA DALLA PALLA SULLA RACCHETTA
FORZA ESERCITATA DALLA RACCHETTA SULLA PALLA
INIZIO DEL CONTATTO CON LA RACCHETTA

COMUNQUE, IN OGNI MOMENTO, LE DUE FORZE HANNO MODULO UGUALE E DIREZIONE OPPOSTA.
FORZA ESERCITATA DALLA PALLA SULLA RACCHETTA
FORZA ESERCITATA DALLA RACCHETTA SULLA PALLA
MOMENTO IN CUI LA FORZA RAGGIUNGE IL MASSIMO

QUINDI, SE GUARDIAMO MOMENTO PER MOMENTO COME SE IL TEMPO SI FOSSE FERMATO, È PROPRIO COME QUANDO LA PALLA È POSATA SULLA MANO.
ESATTO.

IL PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE LO TROVI SEMPRE, SIA NELLE SITUAZIONI DINAMICHE CHE IN QUELLE STATICHE.
CHIARO?

FINALMENTE È TUTTO CHIARO.
GRAZIE.
BENE.

UN ATTIMO.

FORZA DI GRAVITÀ E PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE
HAI DETTO CHE PER IL PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE LE FORZE APPAIONO SEMPRE A COPPIE.
SÌ, GIUSTO...

FORZA DELLA GRAVITÀ SULLA PALLA
??
E ALLORA QUAL È LA CONTROPARTE DELLA FORZA DELLA GRAVITÀ SULLA PALLA?
DA DOVE VIENE?
PROPRIO UN'OTTIMA DOMANDA.
VIENE DALLA TERRA.
CHE? LA TERRA?
NON SOLO UNA PALLA, MA ANCHE TU, IO E PERSINO UN AEREO IN CIELO SIAMO TIRATI VERSO IL BASSO DALLA TERRA. LA FORZA ESERCITATA DALLA TERRA È LA FORZA DI GRAVITÀ, CHE IN GENERE CHIAMIAMO PESO.
NON SONO SICURA DI CAPIRE BENE...
LA GRAVITÀ AGISCE A DISTANZA. E COSÌ COME L'ATTRAZIONE GRAVITAZIONALE TIRA VERSO IL BASSO UNA PALLA...
LA FORZA DI ATTRAZIONE DELLA PALLA AGISCE SULLA TERRA.
FORZA ESERCITATA DALLA TERRA SULLA PALLA
FORZA ESERCITATA DALLA PALLA SULLA TERRA

LA PALLA ATTRAE LA TERRA?
CERTO, PERCHÉ FORMANO UNA COPPIA.

TUTTI GLI OGGETTI CHE HANNO UNA MASSA SI ATTRAGGONO A VICENDA: È LA *GRAVITAZIONE UNIVERSALE*.
È DIFFICILE IMMAGINARE CHE UNA PALLA ATTRAGGA...

BE', UNA PALLA NON PUÒ SPOSTARE LA TERRA, CHE HA UNA MASSA ENORME.
CAPISCO.

QUINDI LA GRAVITAZIONE UNIVERSALE DEVE AGIRE ANCHE FRA TE, NONOMURA-KUN E ME, PER ATTRARCI.

COS'È SUCCESSO ALLA TUA PROMESSA DI METTERTI D'IMPEGNO?
OOPS! CHE IMBARAZZO!
...LA GRAVITAZIONE UNIVERSALE È PROPORZIONALE AL PRODOTTO DELLE MASSE DEGLI OGGETTI CHE SI ATTRAGGONO.
LA MASSA DI UN ESSERE UMANO È PICCOLISSIMA, QUINDI NON È POSSIBILE SENTIRE LA GRAVITAZIONE TRA LE PERSONE!

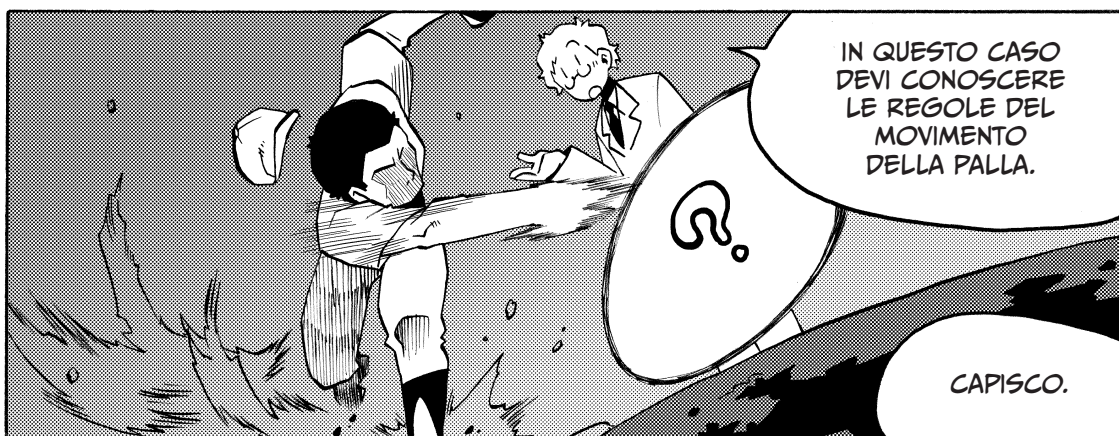
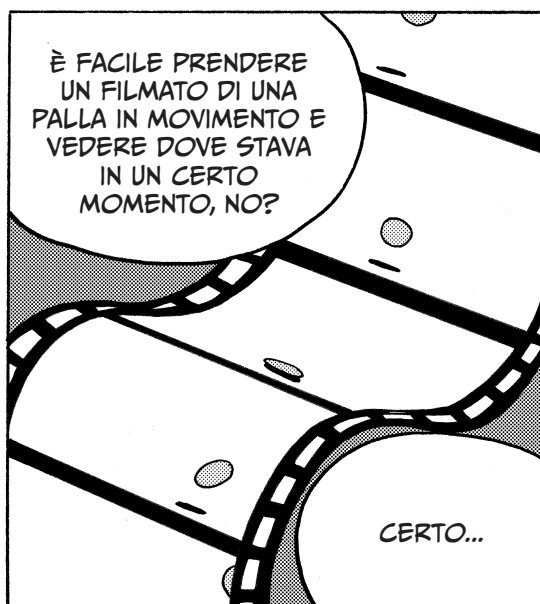
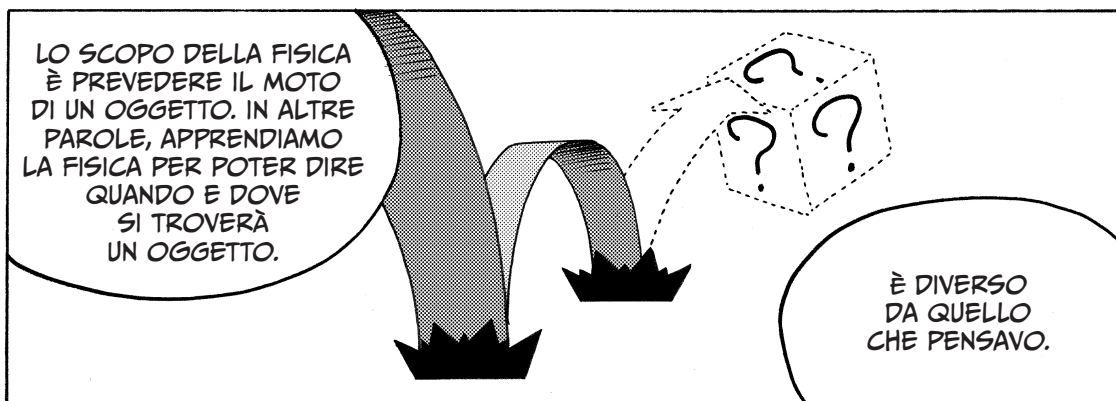
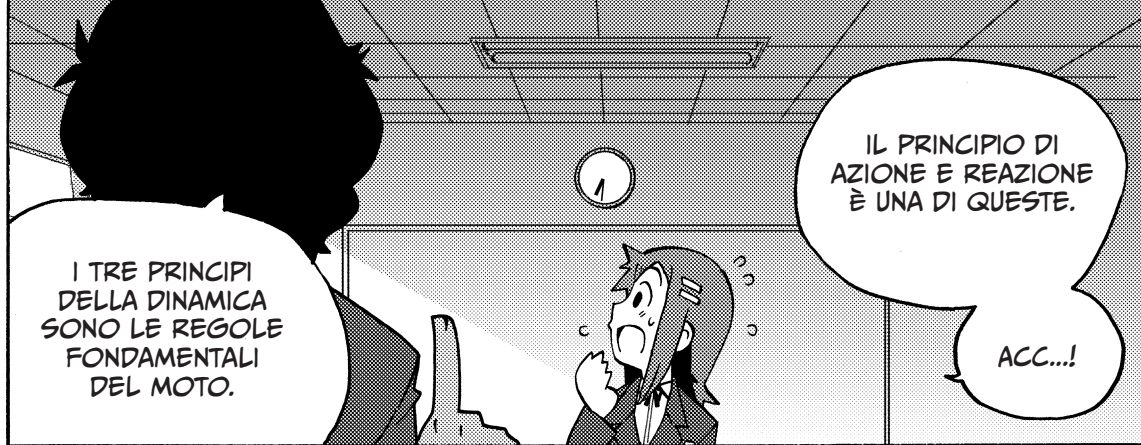
I TRE PRINCIPI DELLA DINAMICA

MEMORIZZARE UN SACCO DI FORMULE. PER ME È SEMPRE STATO QUESTO...
MA ORA CHE TI SENTO SPIEGARE, NONOMURA-KUN, FORSE LA PENSO UN POCHINO DIVERSAMENTE.

ALLORA FORSE SI OCCUPA DI CAPIRE COME FUNZIONANO I MOVIMENTI. GIUSTO?
OTTIMO.

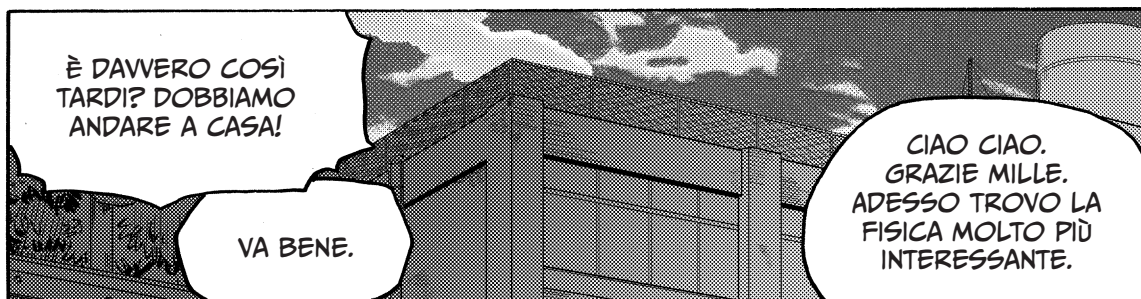
LA FISICA NON VA IMPARATA A MEMORIA.

SECONDO ME LA FISICA È QUESTO: SPIEGARE I FENOMENI NATURALI USANDO LE LEGGI...
...O PREVEDERLI IN BASE AI DATI MATEMATICI.

WOW! SÌ, MI CONVINCE.
E ALLA BASE DELLA FISICA C'È LA MECCANICA CLASSICA, QUELLA CHE STUDIAMO A LEZIONE.

LO SCOPO DELLA FISICA È PREVEDERE IL MOTO DI UN OGGETTO. IN ALTRE PAROLE, APPRENDIAMO LA FISICA PER POTER DIRE QUANDO E DOVE SI TROVERÀ UN OGGETTO.
È DIVERSO DA QUELLO CHE PENSAVO.

È FACILE PRENDERE UN FILMATO DI UNA PALLA IN MOVIMENTO E VEDERE DOVE STAVA IN UN CERTO MOMENTO, NO?
CERTO...

IMMAGINA, PERÒ, DI DOVER PREVEDERE DOVE SARÀ FRA UN SECONDO LA PALLA CHE STAI PER LANCIARE.

IN QUESTO CASO DEVI CONOSCERE LE REGOLE DEL MOVIMENTO DELLA PALLA.
CAPISCO.

SPERO CHE MI FARAI PRESTO UN'ALTRA LEZIONE.

D'ACCORDO, CI VEDIAMO.

ESCONO INSIEME DAL LABORATORIO DI FISICA. CURIOSO...

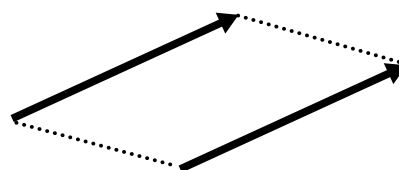
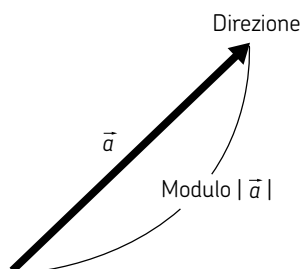
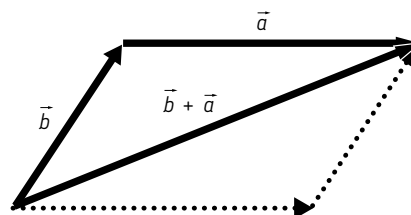
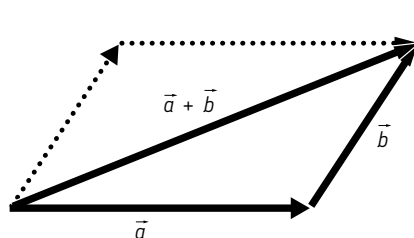
MA QUELLA NON È MEGUMI... CON NONOMURA, IL SECCHIONE DELLA FISICA?

GRANDEZZE SCALARI E GRANDEZZE VETTORIALI

In fisica si misurano e si prevedono varie grandezze, tra cui la forza, la massa e la velocità. Queste grandezze si possono dividere tra quelle che hanno solo un valore (o modulo) e quelle che hanno un modulo e una direzione. Una grandezza che ha un valore senza una direzione si definisce grandezza *scalare*. La massa è una grandezza scalare, e così l'energia e il lavoro, di cui parleremo nel Capitolo 4.

La forza, invece, è un valore con una direzione: lo capiamo dal fatto che il moto di un oggetto cambia se gli applichiamo una forza da una direzione diversa. Una grandezza che ha una direzione si dice *vettoriale*. Anche la velocità e l'accelerazione (che vedremo nel Capitolo 2) e la quantità di moto (Capitolo 3) sono grandezze vettoriali, dato che sono dotate di una direzione. Possiamo dimenticare i termini *scalare* e *vettoriale*, ma dobbiamo ricordare che in fisica ci sono due tipi di grandezze: quelle che hanno solo un valore e quelle che hanno un valore e una direzione.

FONDAMENTI SUI VETTORI

Un vettore si rappresenta con una freccia. La lunghezza della freccia rappresenta il modulo del vettore e la punta indica il verso della sua direzione. Due vettori con lo stesso modulo e la stessa direzione sono equivalenti, anche se non sono applicati nello stesso punto.

Osserviamo che il modulo di un vettore (rappresentato dalla lunghezza della freccia) si può indicare con il simbolo di valore assoluto, come $|\vec{a}|$, o semplicemente con a.

La somma di due vettori ($\vec{a} + \vec{b}$) si ottiene facendo coincidere il punto terminale di $\vec{a}$ con quello iniziale di $\vec{b}$, e tracciando quindi una linea dall'inizio di $\vec{a}$ alla fine di $\vec{b}$, come si vede nell'illustrazione a sinistra. Dato che questo vettore è una diagonale del parallelogramma

mostrato, è ovviamente equivalente anche a $\vec{b} + \vec{a}$. Sappiamo quindi che è vero il seguente fatto:

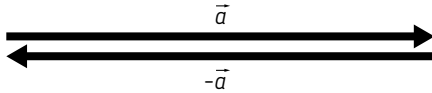
PROPRIETÀ COMMUTATIVA: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

L'ordine in cui sommiamo i vettori non conta! Possiamo trovare nello stesso modo la somma di tre o più vettori.

VETTORI NEGATIVI

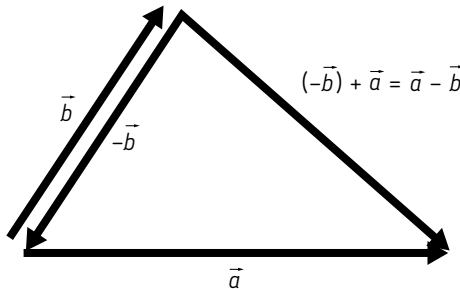
Il vettore $-\vec{a}$, cioè $\vec{a}$ preceduto dal segno meno, è quello che, sommato ad $\vec{a}$, dà come risultato zero. Scritta come formula, questa relazione è:

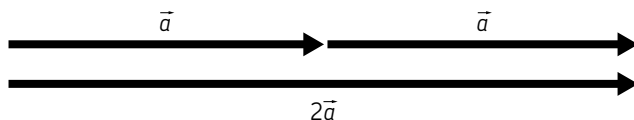
$$\vec{a} + (-\vec{a}) = 0$$

In termini geometrici, $-\vec{a}$ è semplicemente un vettore con lo stesso modulo di $\vec{a}$, ma direzione esattamente opposta. Lo 0 al secondo membro di questa uguaglianza è uno zero vettoriale, detto *vettore nullo*. Quando i vettori si cancellano a vicenda in questo modo, si dice che l'oggetto è in equilibrio.

DIFFERENZA FRA DUE VETTORI

La differenza fra due vettori ($\vec{a} - \vec{b}$) si può definire così:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

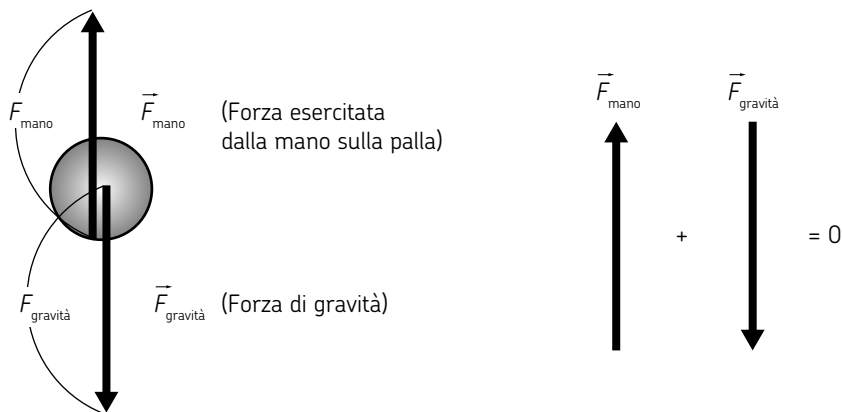
Possiamo quindi trovare il risultato di questa operazione con lo stesso metodo che abbiamo usato per sommare i vettori.

MOLTIPLICARE VETTORI PER SCALARI

Raddoppiare il vettore $\vec{a}$ significa raddoppiarne il modulo senza modificarne la direzione. Il risultato si indica con $2\vec{a}$.

In generale, k moltiplicato per $\vec{a}$ ($k\vec{a}$) rappresenta un vettore il cui modulo è k volte quello di $\vec{a}$, ma con la stessa direzione.

EQUILIBRIO E FORZE VETTORIALI

Ricordate le forze complessive che agiscono sulla palla da tennis (pagina 22)?

forza totale sulla palla = forza di gravità + forza della mano = 0

Pensate che il segno più sia un errore e che in realtà ci dovrebbe essere un segno meno? No, non è un errore! Ricordiamoci che le forze sono vettori: l'equazione è corretta così. Considerata come vettore, la forza totale che agisce su un oggetto dev'essere uguale alla

somma di tutte le forze.

Facciamo il bilancio delle forze in gioco. Chiamiamo la forza esercitata dalla mano sulla palla $\vec{F}_{mano}$ e quella esercitata dalla gravità sulla palla $\vec{F}_{gravità}$. La forza risultante ($\vec{F}_{risultante}$) che agisce sulla palla si esprime come segue:

$$\vec{F}_{risultante} = \vec{F}_{mano} + \vec{F}_{gravità}$$

Se le forze sulla palla sono in equilibrio, vuol dire che la forza risultante è nulla:

$$\vec{F}_{risultante} = 0 \text{ o, in altre parole, } \vec{F}_{mano} + \vec{F}_{gravità} = 0$$

Sì, proprio così. Ricapitolando, $\vec{F}_{mano}$ e $\vec{F}_{gravità}$ sono vettori con lo stesso modulo e direzioni opposte, cosicché la loro somma è zero:

forza esercitata dalla mano sulla palla + forza di gravità sulla palla = zero

Consideriamo adesso solo i moduli delle forze, e non la loro direzione come vettori. Come spiegato a pagina 37, il modulo di una forza si indica con $|\vec{F}_{mano}|$ o $|\vec{F}_{gravità}|$, usando il simbolo di valore assoluto. Sviluppando ulteriormente questa notazione, otteniamo uguaglianze come $|\vec{F}_{mano}| = F_{mano}$ e $|\vec{F}_{gravità}| = F_{gravità}$. Adesso sappiamo che le due forze hanno modulo uguale, il che si può esprimere come segue:

$$F_{mano} = F_{gravità} \quad \text{cioè} \quad F_{mano} - F_{gravità} = 0$$

Notiamo che qui le forze sono rappresentate senza frecce, il che significa che sono moduli. Quando scriviamo le uguaglianze relative a forze in equilibrio dobbiamo distinguere chiaramente i casi in cui le forze sono considerate come vettori da quelli in cui sono considerate come semplici moduli senza direzione (scalari).

I TRE PRINCIPI DELLA DINAMICA

Il fisico inglese Isaac Newton nacque nel 1643. Basandosi sulle sue osservazioni sul moto, formulò i seguenti principi.

Il primo principio (o di inerzia): Un corpo in quiete tende a rimanere in quiete a meno che non agisca su di esso una forza esterna. Un corpo in moto tende a rimanere in moto a velocità costante a meno che non agisca su di esso una forza esterna.

Il secondo principio (o legge fondamentale della dinamica): La forza complessiva agente su un corpo è uguale alla sua massa moltiplicata per la sua accelerazione.

Il terzo principio (o di azione e reazione): A ogni azione corrisponde una reazione uguale e opposta.

Vediamoli a proposito della palla tenuta in mano, come in questo capitolo. (Ci torneremo su nel Capitolo 2.)

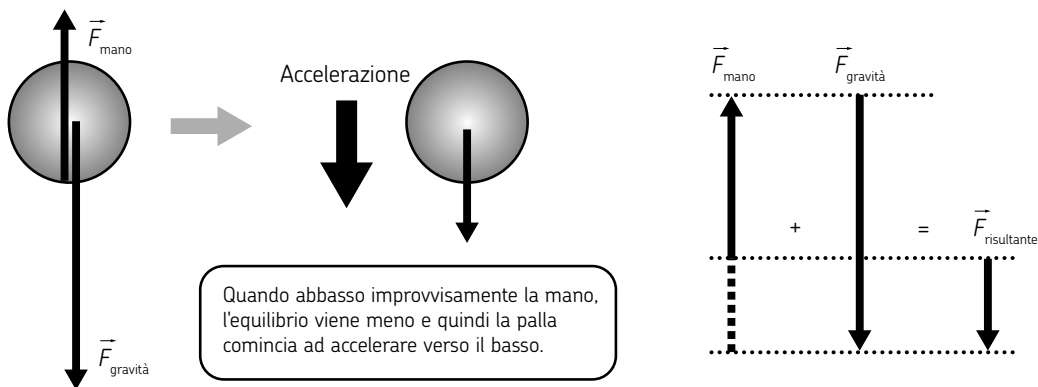
Il primo principio ci dice che le forze che agiscono su un corpo immobile sono nel complesso nulle. Dato che la palla è in uno stato di equilibrio, è immobile e rimane così: è un esempio del primo principio della dinamica. Dato che la palla non si muove, vuol dire che la risultante delle forze esercitate dalla mia mano e dalla gravità è nulla.

Come abbiamo visto, il principio di azione e reazione è il terzo principio della dinamica. Questa legge ci dice che la forza che la mano esercita sulla palla e quella che la palla esercita sulla mano sono uguali in modulo e opposte come direzione. Il principio di azione e reazione è sempre presente; è all'opera anche quando manteniamo in movimento una palla muovendo la mano.

Il secondo principio ci dice che un oggetto su cui agisce una forza comincia a muoversi accelerando. Se abbassiamo improvvisamente la mano mentre reggiamo una palla, la forza della mano sulla palla (F_{mano}) diminuisce improvvisamente di intensità, mentre la forza di

gravità sulla palla ($F_{gravità}$) rimane uguale. Quindi viene meno l'equilibrio tra le forze e la somma di $F_{gravità}$ e F_{mano} sulla palla ha un valore diverso da zero fintanto che la palla si muove. Scrivendo i moduli:

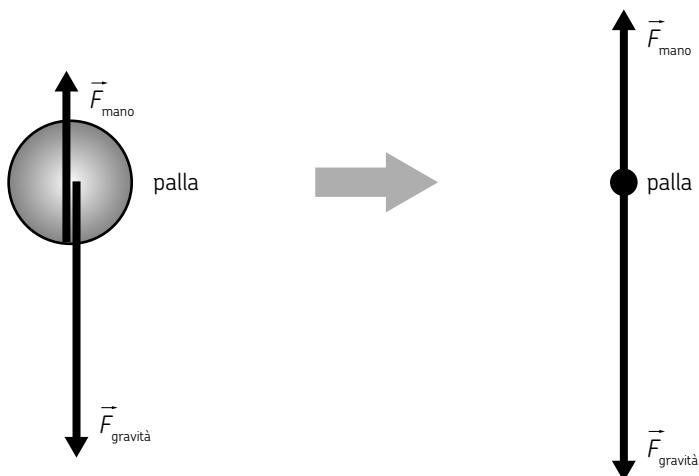
$$F_{risultante} = F_{gravità} - F_{mano} > 0$$

Questa relazione dà il modulo della forza che agisce verso il basso. Nel nostro caso, dato il secondo principio della dinamica (un oggetto su cui agisce una forza accelera in misura proporzionale a questa forza), la palla comincia a muoversi accelerando. È così che la meccanica spiega il moto di una palla quando la mano che la tratteneva si abbassa improvvisamente. La stessa idea si applica al caso in cui la palla viene alzata all'improvviso.

C'è una cosa da tenere a mente. Quando una palla si muove a velocità costante, vediamo che la forza risultante sulla palla rimane nulla, perché le forze sono bilanciate; la palla non accelera. È quello che dice il primo principio della dinamica. Quando la velocità della palla varia, in modulo o in direzione, vuol dire che sull'oggetto agisce una forza complessiva non nulla. Quando si sposta a velocità costante, invece, l'accelerazione è zero, così come la forza complessiva che ci agisce: in altre parole, le forze applicate si controbilanciano, anche se la palla si muove.

Perché un oggetto in quiete cominci a muoversi, bisogna applicargli una forza. Per iniziare un movimento l'oggetto deve passare da uno stato di velocità nulla a uno con una velocità maggiore di zero. Quando succede, l'oggetto ha accelerato.

TRACCIAMO UN DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO

Nella figura che, nella sezione precedente, mostra i vettori delle forze che agiscono sulla palla, $\vec{F}_{mano}$ e $\vec{F}_{gravità}$ hanno punti di applicazione diversi. I fisici chiamano disegni di questo tipo *diagrammi di corpo libero*. Il vettore che rappresenta la forza della mano sulla palla partirà dal punto in cui la mano e la palla sono in contatto, questo è chiaro. Ma, secondo voi, perché il punto di partenza della forza di gravità è messo al centro della palla?

Nella fisica elementare gli oggetti sono trattati come masse puntiformi senza volume; non importa dove cominciano i vettori. Disegniamo questo punto dotato di massa come se fosse un oggetto con un certo volume solo perché così è più facile rappresentarlo.

Consideriamo un oggetto esteso, e il modo in cui rappresentiamo le forze che vi agiscono. Nel caso della palla sulla mano, la forza di gravità è applicata al centro della massa della palla (detto anche centro di gravità). Nel diagramma qui sopra vediamo che è qui che agisce il vettore forza. Invece la forza verso l'alto della mano agisce sull'esterno della palla, dove c'è il punto di contatto: nel diagramma tracciamo a partire da lì il vettore forza.

Ma per semplificare i calcoli, tratteremo questo oggetto come una massa senza volume, cioè come un singolo punto dotato di massa. Semplificheremo nello stesso modo ogni oggetto esteso in tutti gli esempi di questo libro, anche se i diagrammi saranno più complessi, perché i calcoli relativi agli oggetti dotati di volume possono diventare molto complicati. Sulla destra vediamo un diagramma di corpo libero così semplificato.

ESPRIMIAMO IL TERZO PRINCIPIO CON UN'EQUAZIONE

Per formulare correttamente il principio di azione e reazione serve una frase abbastanza lunga: "Quando un oggetto urta un altro oggetto, entrambi subiscono una forza con lo stesso modulo ma in direzioni opposte". Cerchiamo di esprimere invece il terzo principio con una semplice uguaglianza. Quando l'oggetto A esercita una forza $\vec{F}_{A \to B}$ sull'oggetto B e l'oggetto B esercita una forza $\vec{F}_{B \to A}$ sull'oggetto A, il principio di azione e reazione si può esprimere così:

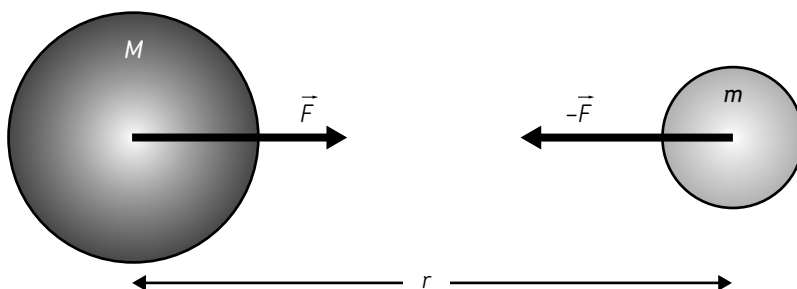
$$\vec{F}_{A \to B} = -\vec{F}_{B \to A}$$

Possiamo quindi esprimere il principio con una singola uguaglianza. A questo punto, confrontando i valori assoluti dei due membri dell'uguaglianza, otteniamo:

$$|\vec{F}_{A \to B}| = |-\vec{F}_{B \to A}|$$

Vediamo quindi che l'azione e la reazione hanno lo stesso modulo, e il segno meno dice che le direzioni sono opposte. Usando le formule possiamo esprimere i principi della dinamica in modo più semplice e preciso che a parole.

La gravità e la gravitazione universale

Potremmo dire in modo restrittivo che la gravità è la forza con cui la Terra attrae verso di sé gli oggetti. Ma la forza della Terra deriva dalla gravitazione universale fra tutti gli oggetti dotati di massa, non solo la Terra. Fra due oggetti c'è sempre una forza attrattiva proporzionale al prodotto delle loro masse e inversamente proporzionale alla distanza tra di loro elevata al quadrato. Questa forza attrattiva è la *gravitazione universale*, e fu scoperta da Newton. È detta "universale" perché agisce su tutti gli oggetti che hanno una massa, indipendentemente dal tipo di oggetto. Il suo valore dipende solo dalla massa degli oggetti coinvolti e dalla distanza che li separa.

Come mostra la figura, quando due oggetti di massa rispettivamente M e m sono separati da una distanza r, vengono attratti da una forza F, che è data dalla formula:

$$F = G\,\frac{mM}{r^2}$$

G è una costante universale detta *costante di gravitazione universale*:

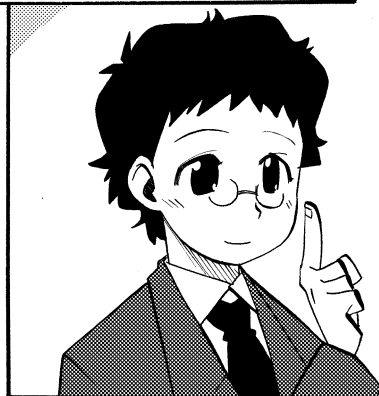
$$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ (\mathrm{N} \times \mathrm{m}^2/\mathrm{kg}^2)$$

A pagina 92 vedremo la spiegazione del newton (N), l'unità di misura della forza.

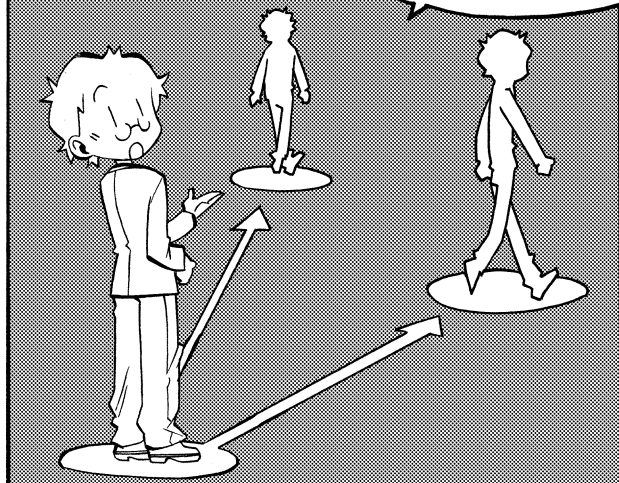
La gravitazione universale soddisfa il principio di azione e reazione, dato che esercita una forza sia sulla massa M che su quella m. La relazione che abbiamo visto permette di calcolarle entrambe; visto che le direzioni sono ovviamente opposte, soddisfano il principio. Possiamo quindi sottolineare che anche le forze che agiscono fra oggetti distanti fra loro (e quindi non solo su oggetti a contatto) soddisfano il principio di azione e reazione.

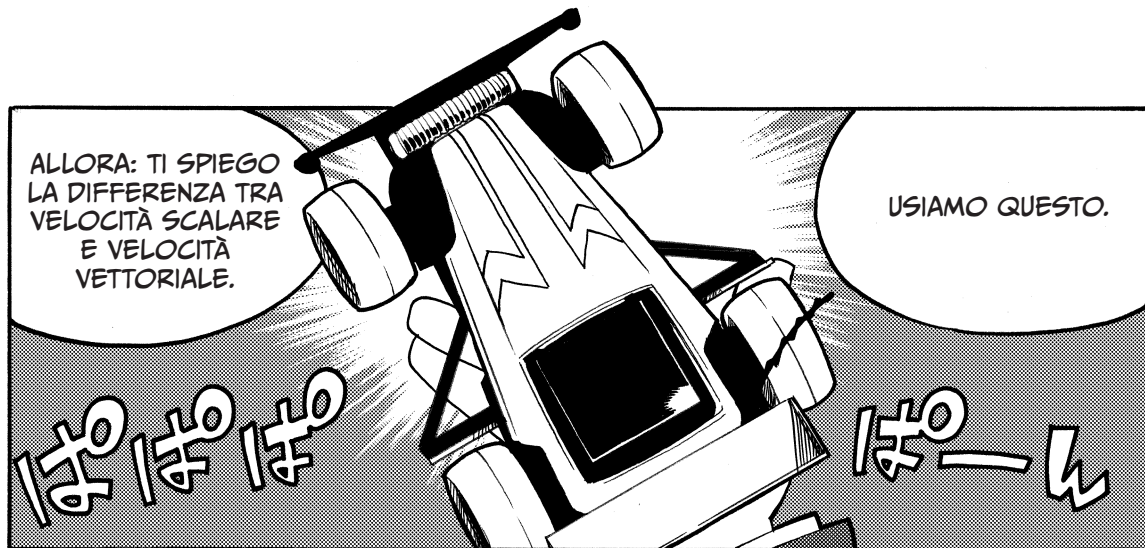
La forza di gravitazione universale è molto piccola a confronto di quella elettromagnetica. Mentre le forze elettromagnetiche possono essere attrattive o repulsive a seconda della presenza di cariche positive e negative, quella di gravità è sempre attrattiva, cioè gli oggetti sono sempre spinti l'uno verso l'altro.

È a causa della gravitazione universale che nello spazio la polvere cosmica si unisce col passare del tempo a formare masse gigantesche, come la Terra e gli altri pianeti.

2
FORZA E MOTO

VELOCITÀ E ACCELERAZIONE

PERÒ, ANCHE CON LA STESSA VELOCITÀ POSSO RAGGIUNGERE DESTINAZIONI DIVERSE SE MI MUOVO IN DIREZIONI DIVERSE.

QUINDI PER TENERE CONTO ANCHE DELLA DIREZIONE, NELLA NOSTRA FORMULA SOSTITUIAMO LA *VELOCITÀ (SCALARE)* CON LA *VELOCITÀ VETTORIALE* E LA *DISTANZA* CON LO *SPOSTAMENTO*.

VELOCITÀ VETTORIALE = SPOSTAMENTO / TEMPO
CHIARO... ASPETTA!

FERMA TUTTO!
HO UNA DOMANDA!
LE DUE VELOCITÀ SONO VERAMENTE DIVERSE??
EH, EH! TI HA PROPRIO PRESO, VEDO.

ALLORA: TI SPIEGO LA DIFFERENZA TRA VELOCITÀ SCALARE E VELOCITÀ VETTORIALE.
USIAMO QUESTO.
ぱぱぱ
ぱーん

NONOMURA-KUN... TU PORTI PROPRIO QUALSIASI COSA A SCUOLA.
QUESTA AUTOMOBILE È, EHM...
DIDATTICA! SERVE SOLO PER IMPARARE, ECCO.
EHM

ALLORA... QUESTO VEICOLO RADIOCOMANDATO SI PUÒ PROGRAMMARE IN DIVERSI MODI.
SUL SERIO? MOLTO HI-TECH.

ORA È IMPOSTATO PER ANDARE A UNA VELOCITÀ DI 50 CM AL SECONDO (CIOÈ 0,5 M/S) E PERCORRERE UN QUADRATO.
FACCIAMOLO PARTIRE.

VISTO DALL'ALTO, ECCO COME FA.

WOW!!

A

D

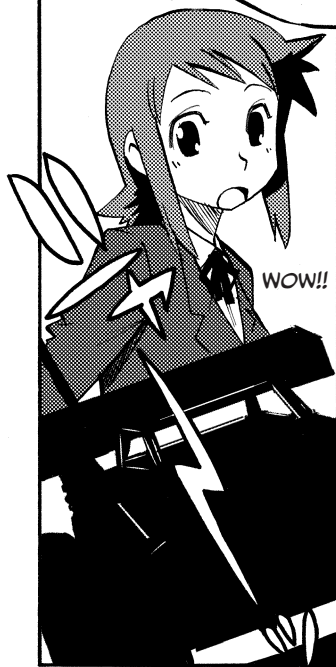
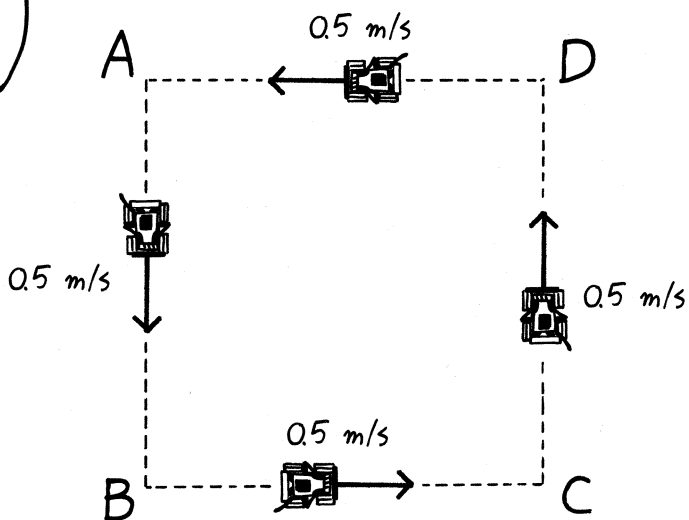
B

C

0.5 m/s

0.5 m/s

0.5 m/s

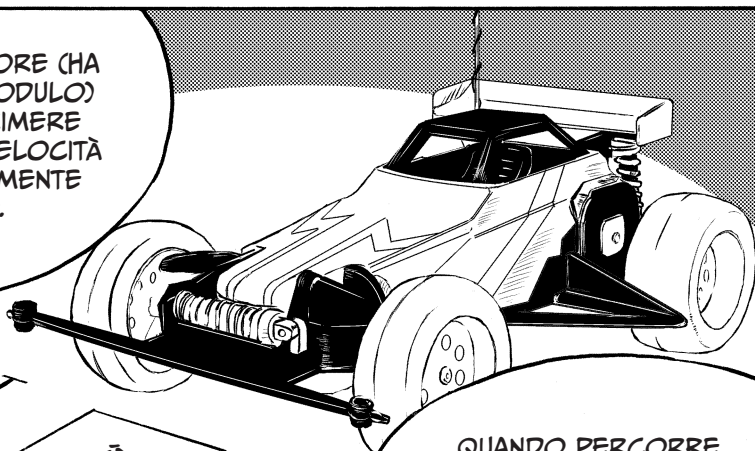
0.5 m/s

ANCHE SE LA VELOCITÀ È COSTANTE, L'AUTO PROCEDE IN DIREZIONI DIVERSE.

UNITÀ DI MISURA DELLA VELOCITÀ: M/S (METRI AL SECONDO)
U.D.M. DELLA DISTANZA: M (METRI)
U.D.M. DEL TEMPO: S (SECONDI)

LA VELOCITÀ È UN VETTORE (HA UNA DIREZIONE E UN MODULO) E QUINDI SI PUÒ ESPRIMERE CON UNA FRECCIA. LA VELOCITÀ SCALARE È SEMPLICEMENTE IL SUO MODULO.

LA LUNGHEZZA DELLA FRECCIA È IL MODULO DELLA VELOCITÀ DELL'OGGETTO.

VELOCITÀ

LA FRECCIA PUNTA NEL VERSO DEL VETTORE.

QUANDO PERCORRE I LATI *AB* E *CD* DEL DIAGRAMMA, LA VELOCITÀ SCALARE È UGUALE, MA I VETTORI SONO OPPOSTI. VEDI?

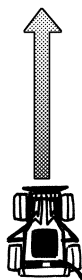
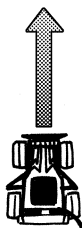
ACCELERAZIONE
MODIFICHIAMO I SETTAGGI IN MODO DA AUMENTARE COSTANTEMENTE LA VELOCITÀ DA 0 A 0,5 M/S.

UN AUMENTO DELLA VELOCITÀ SI CHIAMA *ACCELERAZIONE*; LA SI PUÒ CALCOLARE CON QUESTA FORMULA:
ACCELERAZIONE = VARIAZIONE DI VELOCITÀ / TEMPO
A-AH!

L'UNITÀ DI MISURA DELL'ACCELERAZIONE È IL METRO AL SECONDO AL QUADRATO, CHE SI SCRIVE M/S². RAPPRESENTA QUANTO AUMENTA LA VELOCITÀ (M/S) OGNI SECONDO.
QUINDI DIVIDIAMO LA VARIAZIONE DELLA VELOCITÀ PER IL TEMPO.
INFATTI. SE LA VELOCITÀ RIMANE UGUALE, NON VARIA E QUINDI L'ACCELERAZIONE È ZERO.

SE LA VELOCITÀ AUMENTA, L'ACCELERAZIONE HA UN VALORE POSITIVO. QUANDO CALA, CIOÈ SE IL MOVIMENTO RALLENTA, HA UN VALORE NEGATIVO.
L'ACCELERAZIONE PUÒ AVERE ANCHE VALORI NEGATIVI?

CERTO! SI PUÒ CHIAMARE *DECELERAZIONE*.
BASTA IMMAGINARE L'ACCELERAZIONE NEGATIVA COME UNA DIMINUZIONE DI VELOCITÀ.

UN MOTO IN CUI LA VELOCITÀ AUMENTA IN MODO COSTANTE SI CHIAMA *MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO*.
VELOCITÀ
E LA TUA MACCHINA LO PUÒ FARE, SE LA PROGRAMMI NEL MODO GIUSTO?
ASPETTA... SIAMO LA LEPRE E LA TARTARUGA...?

CHI VA PIANO VA SANO E VA LONTANO!

EHI! COME FAI A STARE GIÀ LAGGIÙ?

CERTO! LA MIA AUTO FA QUESTO E ALTRO. ADESSO CALCOLIAMONE L'ACCELERAZIONE USANDO LA REGOLA.
PROVIAMO!

VEDIAMO UN PO'... LA MACCHINA RADIOCOMANDATA AUMENTA LA VELOCITÀ DA 0 A 0,5 M/S IN 4 SECONDI
REGOLA:
ACCELERAZIONE = VARIAZIONE DI VELOCITÀ / TEMPO
INSERIAMO QUESTI VALORI NELLA REGOLA.

QUINDI UNA VARIAZIONE DI 0,5 M/S IN 4 S CORRISPONDE A 0,125 M/S²! GIUSTO?
PERFETTO!
DOVRESTI AVERE PIÙ FIDUCIA IN TE STESSA.

QUESTO VALORE DICE CHE LA VELOCITÀ AUMENTA DI 0,125 M/S PER OGNI SECONDO.
APPLICANDO LA REGOLA POSSIAMO CALCOLARE LO SPOSTAMENTO DI OGGETTI CHE HANNO UNA VELOCITÀ VARIABILE.
CHIARO.

LABORATORIO

TROVA LA DISTANZA PERCORSA QUANDO LA VELOCITÀ VARIA

Programmiamo la macchina in modo che aumenti la velocità costantemente fino a 0,5 m/s. Eccoti un quesito. Immaginando che raggiunga la velocità di 0,5 m/s in 4 secondi, che distanza ha percorso l'automobile?

Mmm... Parte a 0 m/s e il massimo è 0,5 m/s. Faccio il calcolo considerando la velocità media, 0,25 m/s e poi 0,25 m/s × 4 s = 1 m!

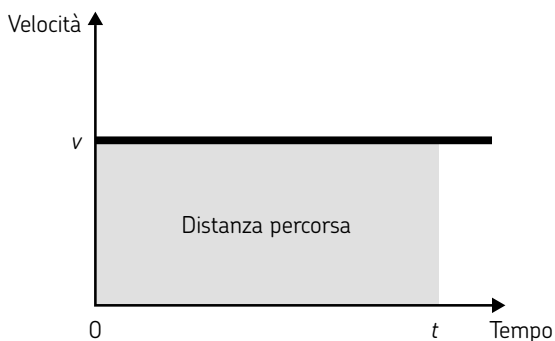
Giusto! Sei in gamba. Ma sai spiegare perché il risultato si ottiene così?

Uhm... Ricorda che sei *tu* a insegnarmi le cose, Nonomura-kun!

Ah, ah, d'accordo. Prima di darti una risposta diretta, ti spiego come trovare la distanza percorsa quando la velocità varia. Quando è costante, sappiamo che la distanza si trova calcolando (velocità × tempo). Quindi, se d m (metri) rappresenta la distanza percorsa in t s (secondi) e la velocità costante è v m/s, allora distanza = velocità × tempo si può esprimere con questa formula:

$$d = vt$$

Benissimo!

Se riportiamo questa relazione con la velocità sull'asse verticale e il tempo su quello orizzontale, otteniamo il seguente grafico.

L'area in grigio rappresenta la distanza percorsa. Questo diagramma si può chiamare *grafico v-t*, visto che mette in relazione la velocità e il tempo. La distanza è data dall'area di un rettangolo con base pari a t e altezza a v.

Capisco, ma è un po' strano che un'area rappresenti una distanza.

Questa non è una tipica area geometrica: è più un grafico, come quelli che hai visto in matematica. In geometria, l'area di un rettangolo si misura in metri quadrati (m^2), mentre nel nostro esempio le unità di misura sono il tempo (secondi) per l'asse orizzontale e la velocità (m/s) per quello verticale. Quindi il prodotto dà s × m/s = m, che è proprio l'unità di misura della distanza.

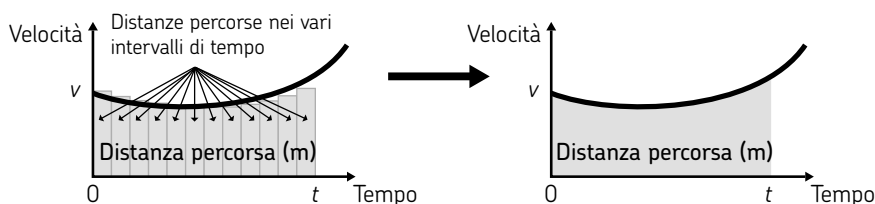
È facile trovare la distanza quando un oggetto si muove a velocità costante. Ma quando la velocità è variabile?

Abbiamo a disposizione solo questa uguaglianza:

distanza = velocità × tempo

Quindi possiamo dividere il tempo in intervalli, per creare tanti rettangolini e calcolare la distanza corrispondente a ognuno, assumendo che all'interno di ogni intervallo di tempo la velocità sia costante.

Che vuol dire?

Guarda il grafico qui sotto a sinistra.

Così possiamo trovare l'area di ogni rettangolino stretto ottenuto dividendo il tempo in tanti brevi intervalli, e poi sommare le aree per trovare la distanza percorsa.

Però i rettangolini non combaciano esattamente con il grafico. Non commetteremo qualche errore?

Capisco il tuo dubbio. Possiamo allora suddividere i rettangoli lungo intervalli ancora più piccoli. Ripetendo la divisione più volte, finché tutto coincide come nel grafico a destra, otteniamo una distanza sempre più precisa.

Sì, in effetti... se facciamo così...

Se li dividessimo in rettangoli infinitamente stretti, troveremmo esattamente di quanto si è spostato l'oggetto. Il risultato a cui arriviamo dividendo la distanza = velocità × tempo in intervalli di tempo minuscoli è l'area che si trova sotto il grafico v-t. Quindi per trovare la distanza percorsa calcoliamo l'area corrispondente. Ricapitolando:

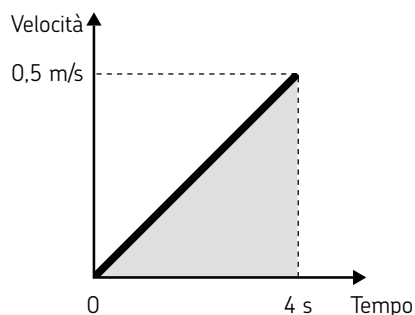
distanza percorsa = area sotto il grafico v-t

Tutto qui.*

* Chi ha studiato calcolo infinitesimale noterà che questo modo di trovare un'area sotto un grafico corrisponde all'*integrazione*.

Adesso, tenendo presente quello che abbiamo visto finora, capiamo perché la distanza che hai trovato intuitivamente è giusta.

Bene!

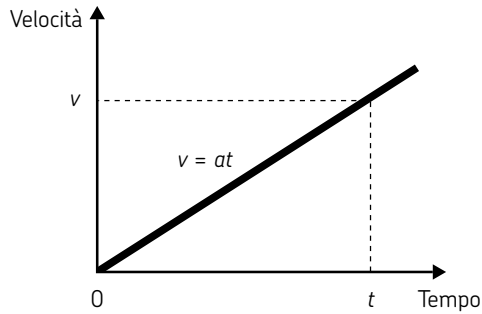
Il calcolo che hai fatto corrisponde a calcolare un'area in un grafico velocità-tempo. L'esempio dell'automobile radiocomandata si può rappresentare così.

L'area sotto il grafico, calcolata con la regola per l'area del triangolo, è la seguente:

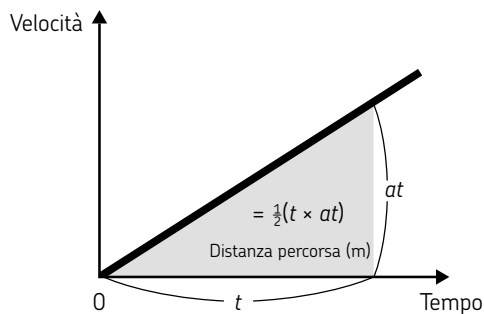
$$\frac{1}{2} \times \text{base (tempo)} \times \text{altezza (velocità massima)} = \frac{1}{2} \times 4 \text{ s} \times 0{,}5 \text{ m/s} = 1 \text{ m}$$

E questa è la distanza percorsa.

Quindi troviamo proprio un metro.

Cerchiamo un modo generale per esprimere la distanza percorsa, anziché usare valori numerici specifici. Chiamando la velocità v e l'accelerazione a, la relazione fra la velocità e il tempo nel moto uniformemente accelerato è $v = at$.

Lo si può tracciare in un grafico v-t così.

Chiamiamo d la distanza percorsa nel tempo t; il suo valore sarà uguale all'area di un triangolo con base t e altezza at (cioè la velocità finale dell'oggetto).

$$d = \frac{1}{2}at^2$$

Chiaro?

Hmmmm . . . ah, ho capito! Ritroviamo il risultato calcolando $\frac{1}{2} \times 0{,}125$ m/s^2 $\times$ (4 s)^2 = 1 m. Proprio come dev'essere!

Adesso, Ninomiya-san, puoi calcolare una distanza percorsa in un moto uniformemente accelerato non usando l'intuito, ma col metodo corretto.

IL PRIMO E IL SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

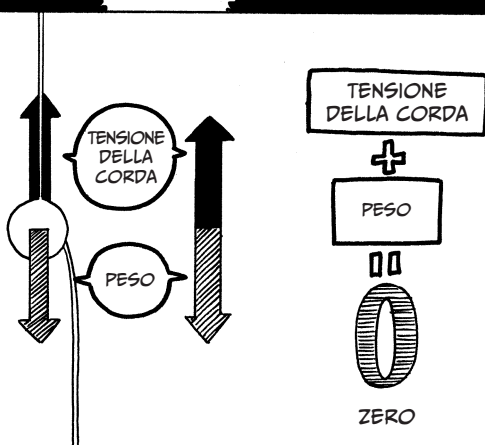
MA RICORDA CHE LA RISULTANTE PUÒ ESSERE ZERO ANCHE QUANDO CI SONO VARIE FORZE CHE AGISCONO SULL'OGGETTO E CHE SI ANNULLANO A VICENDA.

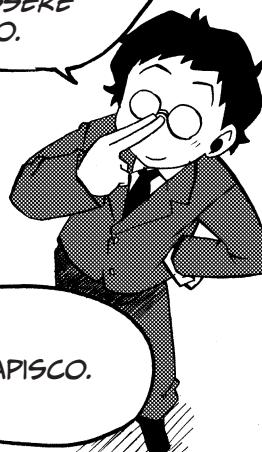
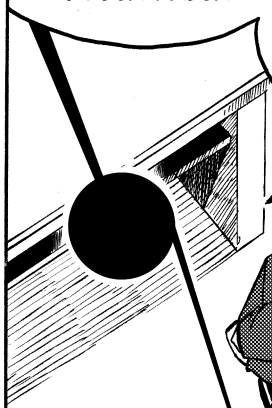
GIÀ, COME NELL'ESEMPIO DELLA PALLA, NO?

FORZA DELLA MANO

FORZA DI GRAVITÀ

SI SOMMANO TUTTE LE FORZE SULL'OGGETTO E LA RISULTANTE È ZERO. I VETTORI DELLE FORZE SONO UGUALI E OPPOSTI.

QUINDI SU UN OGGETTO IMMOBILE POSSONO AGIRE DELLE FORZE, PURCHÉ LA SOMMA DELLE FORZE SIA ZERO.
PER FARTI CAPIRE MEGLIO...
GUARDA CHE COSA HO PREPARATO!
CHE DIAVOLO È?
NON FARE QUELLA FACCIA. È SOLO UNA PALLA CON ATTACCATE DUE CORDICELLE.
SCUSA, SONO UN PO' NERVOSA.
SOFFITTO
TENSIONE DELLA CORDA
PESO
TENSIONE DELLA CORDA
+
PESO
=
0
ZERO
IN QUESTO MOMENTO LA PALLA È IMMOBILE.
QUINDI È IN AZIONE UNA FORZA CHE CANCELLA LA FORZA DI GRAVITÀ (IL PESO DELLA PALLA), IN MODO DA DARE UN RISULTATO DI MODULO ZERO.
VUOI DIRE CHE LA TENSIONE DELLA CORDA È PROPRIO UGUALE ALLA FORZA DI GRAVITÀ?
COME FAI A DIRLO SENZA MISURARE NIENTE?
È PROPRIO QUI IL PUNTO.

IN REALTÀ UN OGGETTO A RIPOSO, COME QUESTA PALLA, HA A CHE FARE CON IL PRIMO PRINCIPIO DELLA DINAMICA.
1
COME?!

POTREMMO VERIFICARE CON UNO STRUMENTO CHE LA TENSIONE DELLA CORDA È UGUALE AL PESO DELLA PALLA.
MA IL PRIMO PRINCIPIO DELLA DINAMICA CI DICE CHE LA RISULTANTE DELLE FORZE SU UN OGGETTO IMMOBILE *DEVE ESSERE* ZERO.
CAPISCO.

E QUINDI... MI CHIEDO SE LA RISULTANTE PUÒ ESSERE ZERO ANCHE SE L'OGGETTO VIENE TIRATO CON L'ALTRA CORDA.
?
PENSAVO DI SPIEGARTELO...

MA INVECE FACCIAMO PRIMA E TIRIAMO L'ALTRA CORDA.

OPLÀ!

LA PALLA RIMANE FERMA COSÌ,

QUINDI LA RISULTANTE DEV'ESSERE ZERO.

GUARDANDO LE TRE FORZE CHE AGISCONO SULLA PALLA, VEDIAMO CHE LA GRAVITÀ AGISCE VERTICALMENTE, MENTRE LA FORZA CHE VIENE DALLA MANO È ORIZZONTALE.

SOFFITTO

TENSIONE DELLA CORDA

FORZA DELLA MANO CHE TIRA L'OGGETTO

FORZA DELLA MANO CHE TIRA L'OGGETTO

PESO

PESO

RISULTANTE DEL PESO E DELLA FORZA DELLA MANO CHE TIRA L'OGGETTO

IN ALTRE PAROLE, IL PESO DELLA PALLA E LA FORZA DELLA MANO SI POSSONO UNIFICARE. OPPURE DIVIDIAMO IN DUE LA TENSIONE DELLA CORDA?

QUESTE DUE FORZE SONO BILANCIATE DALLA TENSIONE DELLA CORDA.

UNIAMO I DUE VETTORI. PER SOMMARE DUE VETTORI, BASTA PORRE LA "CODA" DEL SECONDO VETTORE IN CORRISPONDENZA DELLA "PUNTA" DEL PRIMO. È IL *METODO PUNTA-CODA.*

F_{mano}

F_{peso}

$F_{mano + peso}$

DISEGNARE UNA FIGURA RENDE TUTTO PIÙ FACILE.

CODA

F_{peso}

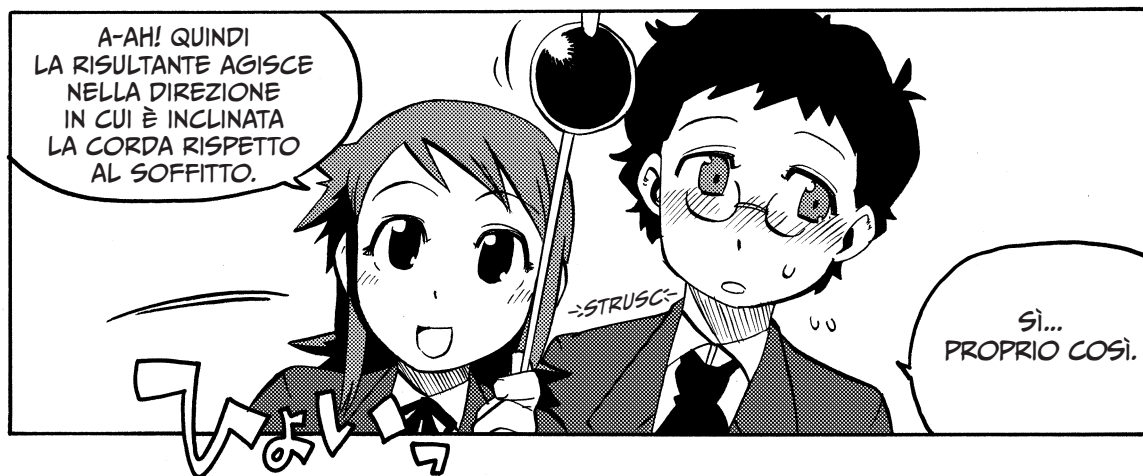
$F_{risultante} = F_{mano} + F_{peso}$

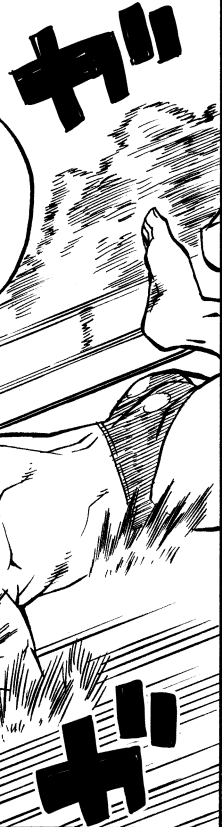
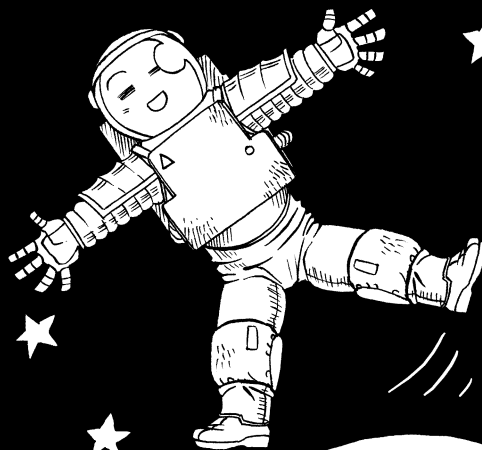
PUNTA

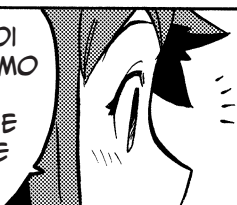
CODA

F_{mano}

PUNTA

NEL NOSTRO ESEMPIO DELL'OGGETTO SOSPESO, LE FORZE MESSE INSIEME DELLA MANO E DEL PESO HANNO UN MODULO UGUALE (IN DIREZIONE ESATTAMENTE OPPOSTA!) ALLA TENSIONE DELLA CORDA. SAPPIAMO CHE L'OGGETTO È IMMOBILE, E QUINDI LA FORZA RISULTANTE DEVE ESSERE ZERO.

* IN ORBITA GLI OGGETTI SONO COSTANTEMENTE IN CADUTA LIBERA, IL CHE RENDE NULLO IL LORO PESO APPARENTE.

NORMALMENTE LA RESISTENZA DELL'ARIA O LA COLLISIONE COL TERRENO FERMANO GLI OGGETTI (A MENO CHE NON SI CONTINUI AD APPLICARE UNA FORZA).

WHOOPEE!
MA NELLO SPAZIO È POSSIBILE TROVARSI IN ASSENZA DI FORZE, DATO CHE SI POSSONO IGNORARE LA GRAVITÀ E LA RESISTENZA DELL'ARIA.

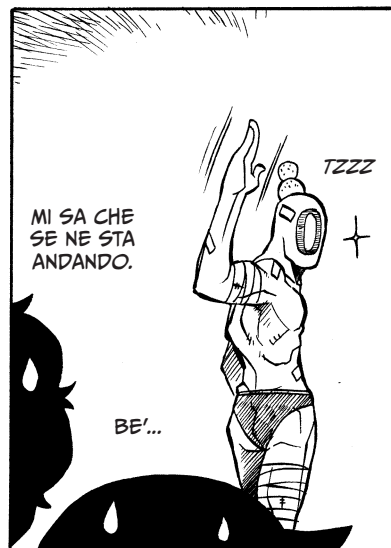
È VERO! QUINDI VUOI DIRE CHE LÌ POTREMMO ANDARE AVANTI PER SEMPRE, ANCHE SENZA ESERCITARE ALCUNA FORZA?
ESATTO!
QUEL TIZIO STA BENE?

QUANDO LA FORZA RISULTANTE È NULLA SI HA UN MOTO A VELOCITÀ COSTANTE, CIOÈ *UNIFORME*.

TZZZ
MI SA CHE SE NE STA ANDANDO.
BE'...

È DETTO ANCHE PRINCIPIO DI INERZIA.

UN CORPO CONTINUA A MANTENERE IL SUO STATO DI QUIETE O DI MOTO UNIFORME A MENO CHE NON AGISCA SU DI ESSO UNA FORZA ESTERNA.

LA CARATTERISTICA DEGLI OGGETTI DI RESISTERE AI CAMBIAMENTI DI VELOCITÀ, LA CHIAMIAMO *INERZIA*.

OH!

IL SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA
ADESSO ESAMINIAMO IL MOTO DI UN OGGETTO QUANDO INVECE CI AGISCE UNA FORZA.

TU VIENI A SCUOLA IN BICICLETTA, NINOMIYA-SAN, VERO?
EHI, È MEGU!
CIAO RAGAZZE!
PROPRIO COSÌ, ANCHE SE DA CASA A QUI IL TRAGITTO È PIUTTOSTO LUNGO.

OVVIAMENTE SAI PER INTUITO CHE QUANDO LA BICICLETTA È FERMA, PER FARLA MUOVERE BISOGNA PEDALARE.

IN ALTRE PAROLE, LA SUA VELOCITÀ DEVE CAMBIARE.
POSSIAMO DIRE CHE L'APPLICAZIONE DI UNA FORZA (DA PARTE DELLE TUE GAMBE) GENERA UN'ACCELERAZIONE.
UH-HUH!

E MAGGIORE È LA FORZA, MAGGIORE DIVENTA L'ACCELERAZIONE.
FACCIO TARDI. MI DEVO SBRIGARE!
SÌ, LO INTUISCO.

VICEVERSA, PER FERMARE LA BICI DEVI APPLICARE UNA FORZA IN DIREZIONE OPPOSTA ALLA VELOCITÀ, CIOÈ FRENARE.
IL SEMAFORO È ROSSO!
SE CREI UN'ACCELERAZIONE OPPOSTA ALLA TUA VELOCITÀ (CIOÈ UN'ACCELERAZIONE NEGATIVA, OVVERO DECELERAZIONE), RALLENTI LA BICI FINO A FERMARLA.
VISTA COSÌ, FRENANDO SI CREA UN'ACCELERAZIONE NEGATIVA, PIÙ CHE UNA RIDUZIONE DELL'ACCELERAZIONE INIZIALE.

IN BASE A QUESTE OSSERVAZIONI POSSIAMO DIRE CHE LA FORZA È DIRETTAMENTE PROPORZIONALE ALL'ACCELERAZIONE.
OKAY...

E ADESSO CONCENTRIAMOCI SULLA MASSA.
È ENORME! E PESANTE!

CON UN CARICO PESANTE NEL CESTINO DELLA BICI, DEVI ESERCITARE UNA FORZA ENORME QUANDO COMINCI A PEDALARE.
OH OH OH
CREEEAK
CREEEAK
VEDI? IL CARICO RENDE PIÙ DIFFICILE ACCELERARE.

PUFF
PUFF
PUFF
WHEEZE
POSSIAMO QUINDI IPOTIZZARE CHE LA MASSA SIA INVERSAMENTE PROPORZIONALE ALL'ACCELERAZIONE.

QUINDI, MAGGIORE È LA MASSA E MINORE È L'ACCELERAZIONE.
ASPETTA: CHE DIFFERENZA C'È TRA PESO E MASSA?

SEMPLIFICANDO, IL PESO È LA FORZA ESERCITATA SU UN OGGETTO DALLA GRAVITÀ.
QUINDI UN OGGETTO HA UN PESO DIVERSO SULLA TERRA E SULLA LUNA.
E LA MASSA?

L'ACCELERAZIONE DI UN OGGETTO È PROPORZIONALE ALLA FORZA CHE GLI SI APPLICA E INVERSAMENTE PROPORZIONALE ALLA SUA MASSA.

È IL SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA.

OOOH! CAPISCO.

PER CASO COMINCIA A PIACERTI? A GIUDICARE DALLA TUA POSA...

OH, SÌ.

CHIAMIAMO a L'ACCELERAZIONE (IN M/S^2), F LA FORZA (IN NEWTON, UN'UNITÀ PARI A $KG \times M/S^2$) E m LA MASSA (IN KG). ALLORA,

$$a = \frac{F}{m}$$

ECCO COSA OTTENIAMO.

CLICK
CLICK
NON È MICA TANTO DIFFICILE. RIGIRIAMOLA IN UN ALTRO MODO.

COSÌ OTTENIAMO QUESTA FORMULA.
F = ma
FAMMI VEDERE... DUNQUE...

PER DIRLA A PAROLE...
LA FORZA È UGUALE ALLA MASSA PER L'ACCELERAZIONE,
GIUSTO?
PERFETTO.

QUESTA FORMULA ESPRIME IL SENSO DEL SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA IN MODO PIÙ COMPATTO E PRECISO.

PERÒ NON MI È ANCORA CHIARO. CIOÈ, CHE COS'È UNA FORZA ALLA FINE, SE NON È ALTRO CHE LA MASSA MOLTIPLICATA PER L'ACCELERAZIONE?

BE', È UN CONCETTO DIFFICILE DA AFFERRARE.
QUESTO LO SO.

PROVO A SPIEGARTELO. IL NEWTON, L'UNITÀ DI MISURA DELLA FORZA, DERIVA DALLA FORMULA $F = ma$.
UN NEWTON È LA FORZA CHE SERVE PER ACCELERARE UN OGGETTO DI 1 CHILO DI 1 M/S^2.

AH, CAPISCO. QUINDI È UN'UNITÀ CHE ESPRIME LA FORZA PROPRIO IN TERMINI DI MASSA PER ACCELERAZIONE.
ESATTO.

E USANDO QUESTA FORMULA, POSSIAMO TROVARE LA MASSA DI UN OGGETTO DIVIDENDO LA FORZA APPLICATA PER L'ACCELERAZIONE DELL'OGGETTO!
YEE!

VEDIAMO UN ESEMPIO DALLA VITA VERA.
BENE.

LABORATORIO

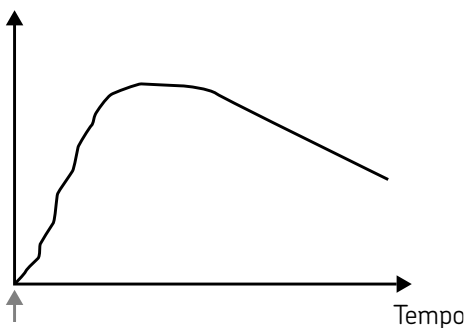
TROVARE IL VALORE PRECISO DI UNA FORZA

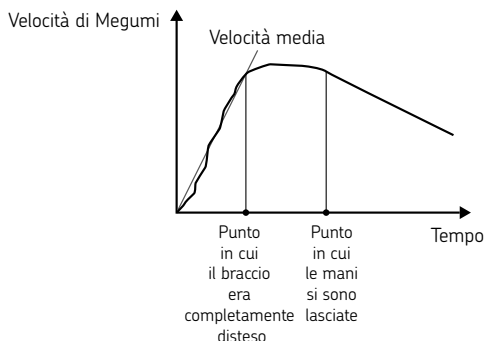
L'altra volta ci siamo spinti mentre stavamo sui pattini. Supponiamo di avere un filmato dei nostri movimenti.

Non mi ero resa conto che ci stavi riprendendo!

No, è solo uno scenario ipotetico.

Dai, mi avevi spaventato. Che c'entra con il secondo principio della dinamica?

Poniamo di analizzare il video e di creare un grafico v-t del movimento.

Si vede che la velocità aumenta rapidamente a partire da zero, che dev'essere il momento in cui ero ferma, dopo di che ridiscende gradualmente. Ma l'aumento iniziale di velocità è tremolante.

In un caso così, è una buona idea tracciare un segmento che rappresenta l'aumento medio di velocità. In altre parole, semplifichiamo la situazione immaginando che sia un caso di accelerazione uniforme.

Capisco.

Possiamo trovare l'accelerazione calcolando quanto cambia la velocità nel tempo: accelerazione = variazione di velocità/tempo. In questo caso, assumiamo che la tua accelerazione fosse di 0,6 m/s^2. Per trovare la forza che ho esercitato sulle tue mani, assumiamo anche che la tua massa sia di 40 kg.

$$F = ma = 40 \text{ kg} \times 0{,}6 \text{ m/s}^2 = 24 \text{ kg} \times \text{m/s}^2\text{, cioè } 24 \text{ N}$$

Abbiamo trovato il valore preciso della forza! Quindi è importante! Possiamo misurare la forza esatta di un oggetto misurandone l'accelerazione e la massa.

Adesso, sapendo che ho una massa di 60 kg, puoi prevedere la mia accelerazione, data una forza uguale e opposta di 24 N?

Ah, vediamo. Stiamo mettendo insieme il secondo e il terzo principio. F_{Megumi} dev'essere uguale a F_{Ryota}. Dato che $F = ma$, sappiamo che $F / m = a$. Nel tuo caso significa 24 N / 60 kg o 0,4 m/s^2. Possiamo davvero usare queste leggi per prevedere i movimenti degli oggetti. Forte!

IMMAGINA DI LANCIARE QUESTA PALLA IN ARIA. CONSIDERIAMOLA NEI PUNTI A, B E C. DISEGNA LA DIREZIONE DELLA FORZA ESERCITATA SULLA PALLA.

IGNORIAMO LA RESISTENZA DELL'ARIA.

B
POSIZIONE DOPO 0,4 SECONDI

A
POSIZIONE DOPO 0,2 SECONDI DAL LANCIO

C
POSIZIONE DOPO 0,6 SECONDI

DIREZIONE DELLA FORZA DI LANCIO

VEDIAMO... LA PALLA PROCEDE COME SE CI AGISSE UNA FORZA.

BE', VISTO CHE LA VELOCITÀ DELLA PALLA È QUESTA, ANCHE LA FORZA DEV'ESSERE LA STESSA.
B
A
C

OH, NO, CI SEI CASCATA!
PERCHÉ MI TENDI SEMPRE TRABOCCHETTI?!

NEL TUO DIAGRAMMA, DOV'È LA FORZA DI GRAVITÀ CHE AGISCE SULLA PALLA?
A
UHM... PENSAVO DI AVER DISEGNATO LA RISULTANTE DI TUTTE LE FORZE, COMPRESA LA GRAVITÀ, MA ORA NON NE SONO PIÙ TANTO SICURA.

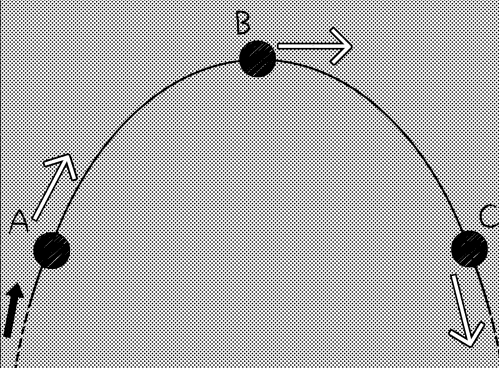
NEL PUNTO A HAI DISEGNATO UNA FORZA CHE AGISCE SULLA PALLA IN DIAGONALE, VERSO L'ALTO. DA DOVE VIENE QUESTA FORZA?
DUNQUE... È LA FORZA ESERCITATA DALLA MANO SULLA PALLA, NO?

È UN MALINTESO COMUNISSIMO!
CRACK!
PRENDI!

NEL MOMENTO IN CUI LA PALLA LASCIA LA MANO, LA FORZA SULLA PALLA SI INTERROMPE.
HOME RUN!
È SOLO UN SOGNO A OCCHI APERTI.
DICEVI CHE NON ERI BRAVO NEGLI SPORT...
QUINDI NON CI HO CAPITO NIENTE?

PROPRIO COSÌ. LA RISPOSTA È...
CLACK
CHK
CHK

OH, NO, HO DIMENTICATO LA FORZA DI GRAVITÀ!
B
PESO
A
C
PESO
PESO
DIREZIONE DELLA FORZA DI LANCIO
INFATTI. IL MODULO E LA DIREZIONE DELLA FORZA SONO UGUALI IN TUTTI I PUNTI.
NIENTE DA FARE!

MA LA PALLA NON PERCORRE UNA PARABOLA MENTRE È IN ARIA?
B
A
C
SÌ, MA È DOVUTO AL FATTO CHE CAMBIA L'ORIENTAMENTO DELLA *VELOCITÀ*, NON DELLA FORZA.
INFATTI, IL DIAGRAMMA CHE HAI DISEGNATO DÀ LE DIREZIONI DELLA VELOCITÀ, ANZICHÉ DELLA FORZA.

L'ORIENTAMENTO DELLA FORZA, DICI...
NON PENSARE CHE LA VELOCITÀ ABBIA LO STESSO ORIENTAMENTO DELLA FORZA.

PER ESEMPIO, UNA FORZA CHE FERMA UN OGGETTO AGISCE IN VERSO OPPOSTO ALLA SUA VELOCITÀ, GIUSTO?
SÌ, CERTO, PROPRIO COSÌ.

LA DIREZIONE DELLA VELOCITÀ DI UN OGGETTO NON CORRISPONDE NECESSARIAMENTE A QUELLA DELLA FORZA CHE CI AGISCE.
INVECE,
LA DIREZIONE DELLA FORZA È *SEMPRE* UGUALE A QUELLA DELL'ACCELERAZIONE.

ASPETTA UN ATTIMO, MI SA CHE HO CAPITO...

SE DIVIDO LA VELOCITÀ IN DUE PARTI, ORIZZONTALE E VERTICALE, CAPISCO COME FUNZIONA.
IL MOTO IN DIREZIONE ORIZZONTALE RIMANE UGUALE, MENTRE C'È UN'ACCELERAZIONE COSTANTE VERSO IL BASSO.
FUNZIONA PRECISAMENTE COSÌ.

GUARDA COME SI MUOVE UNA PALLA.

VIA VIA CHE SALE, LA VELOCITÀ VERTICALE DIMINUISCE.
QUANDO COMINCIA A SCENDERE, ACQUISTA VELOCITÀ VERSO IL BASSO.
È VERO!

PER CAPIRE COME VARIA LA VELOCITÀ IN DIREZIONE VERTICALE, DOBBIAMO TENERE CONTO DELL'ACCELERAZIONE. LA VELOCITÀ ORIZZONTALE NON CAMBIA.
L'ACCELERAZIONE VERSO IL BASSO È CONSEGUENZA DELLA FORZA DI GRAVITÀ.
PTT
CIOÈ L'ACCELERAZIONE DI UN OGGETTO IN CADUTA LIBERA.

SÌ. L'ACCELERAZIONE DI GRAVITÀ È COSTANTE E SI INDICA CON g. È UGUALE A CIRCA 9,8 M/S².
QUINDI È SEMPRE FISSA?

L'ACCELERAZIONE DOVUTA ALLA GRAVITÀ NON DIPENDE DALLA MASSA DELL'OGGETTO.
FINCHÉ SIAMO SULLA TERRA, ACCELERERÀ SEMPRE A 9,8 M/S²!

HMM.
SÌ. SE MISURI L'ACCELERAZIONE DI QUALSIASI OGGETTO MENTRE CADE, TROVI CHE È SEMPRE 9,8 M/S².

SÌ! SÌ!
CLACK
CLACK
ORA TI DISEGNO UN DIAGRAMMA VETTORIALE CHE FA VEDERE COME CAMBIA LA VELOCITÀ GRAZIE A QUESTA ACCELERAZIONE VERSO IL BASSO.
CHK
CHK

VELOCITÀ DOPO 0,4 SECONDI
VARIAZIONE DI VELOCITÀ IN 0,1 SECONDI
VELOCITÀ DOPO 0,5 SECONDI
VELOCITÀ DOPO 0,3 SECONDI
VELOCITÀ DOPO 0,5 SECONDI
VELOCITÀ DOPO 0,2 SECONDI
VARIAZIONE DI VELOCITÀ IN 0,1 SECONDI
VELOCITÀ DOPO 0,3 SECONDI
VELOCITÀ DOPO 0,6 SECONDI
VELOCITÀ DOPO 0,7 SECONDI
VARIAZIONE DI VELOCITÀ IN 0,1 SEC.

LA DIREZIONE DELLA VARIAZIONE DI VELOCITÀ È COSTANTE.

DATO CHE L'ACCELERAZIONE È SOLO LA MISURA DI UNA VARIAZIONE COSTANTE DELLA VELOCITÀ NEL TEMPO, LA VARIAZIONE DELLA VELOCITÀ È SEMPRE VERSO IL BASSO.

CHK

A-HA!

FWP
DATO CHE L'ACCELERAZIONE DOVUTA ALLA GRAVITÀ È CIRCA 9,8 M/S^2,

IN 1 SECONDO LA PALLA DIMINUISCE LA COMPONENTE VERTICALE DELLA VELOCITÀ DI 9,8 M/S;

IN 0,1 SECONDI, LA SUA VELOCITÀ VERTICALE DIMINUIRÀ DI 0,98 M/S.

LA VELOCITÀ VETTORIALE SI SPOSTA VERSO IL BASSO.
PT
QUINDI LA DIREZIONE DELLA FORZA SU UN OGGETTO E LA VELOCITÀ DELL'OGGETTO SONO COSE COMPLETAMENTE DIVERSE.

PENSAVO CHE UNA PALLA NON SI MUOVESSE SE NON CI AGIVA UNA FORZA.
CI VUOLE UNA FORZA PERCHÉ L'OGGETTO COMINCI A MUOVERSI, MA QUANDO È IN MOTO AGISCE IL PRINCIPIO DI INERZIA.

SE NON CI FOSSE LA GRAVITÀ, UNA PALLA LANCIATA IN ARIA CONTINUEREBBE A MUOVERSI IN LINEA RETTA PER SEMPRE.
AH, HO CAPITO.

ADESSO CHE CONOSCI I TRE PRINCIPI DELLA DINAMICA, SAI LE BASI. NON DIMENTICARE IL PRINCIPIO DI INERZIA, $F = ma$, E QUELLO DI AZIONE E REAZIONE.

HIP, HIP, URRÀ!

MI SEI STATO DI GRANDISSIMO AIUTO, NONOMURA-KUN.

NE SONO CONTENTO.

LA PROSSIMA VOLTA VEDIAMO LA QUANTITÀ DI MOTO.

MAI FERMARSI!

GIUSTO! AH, AH!

TRE REGOLE DEL MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

Consideriamo il moto uniformemente accelerato di un oggetto che si muove in linea retta. Assumendo che la velocità iniziale sia v_1, la velocità dopo il tempo t sia v_2, la distanza percorsa nel tempo t sia d e l'accelerazione costante dell'oggetto sia a, sono vere le tre regole che seguono:

❶ $v_2 = at + v_1$

❷ $d = v_1 t + \frac{1}{2}at^2$

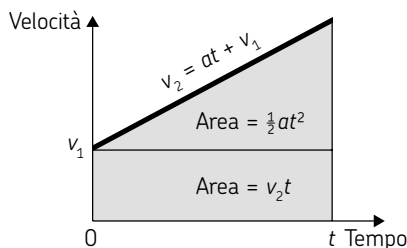
❸ $v_2^2 - v_1^2 = 2ad$

Ricaviamo queste regole. Consideriamo per prima la regola ❶. Se l'accelerazione è costante, è vero che:

variazione di velocità = accelerazione × tempo

Dato che la variazione di velocità è uguale a $v_2 - v_1$, l'accelerazione è a e il tempo è t, sostituendo in quello che abbiamo appena scritto otteniamo la regola ❶:

$$v_2 = at + v_1$$

Adesso ricaviamo la regola ❷. A pagina 54 abbiamo visto che la distanza percorsa da un oggetto è data dall'area sotto un grafico v-t. In base alla regola ❶, il grafico v-t ha il seguente aspetto.

L'area sotto questo grafico è uguale alla distanza percorsa dall'oggetto.

Dato che l'area della parte in basso, quella rettangolare, è $v_1 t$, e quella della parte triangolare in alto è $\frac{1}{2}at^2$, otteniamo la seguente uguaglianza:

$$d = v_1 t + \frac{1}{2}at^2$$

NOTE *Tecnicamente,* d *in questa equazione rappresenta lo spostamento. Che differenza c'è tra distanza e spostamento? La* distanza *è una grandezza scalare, mentre lo* spostamento *è una grandezza vettoriale, con una direzione determinata. Ogni tanto useremo in modo informale il termine* "distanza" *per riferirci a una distanza con una certa direzione (spostamento).*

La regola ❸ si può ottenere eliminando la *t* dalle regole ❶ e ❷. Prima ricaviamo la *t* dalla ❶:

$$\frac{(v_2 - v_1)}{a} = t$$

Se inseriamo questo valore nella ❷, otteniamo la seguente uguaglianza:

$$d = v_1\left(\frac{v_2 - v_1}{a}\right) + \tfrac{1}{2}a\left(\frac{v_2 - v_1}{a}\right)^2$$

$$d = \frac{v_1 v_2 - v_1^{\,2}}{a} + \tfrac{1}{2}a\left(\frac{v_2^{\,2} - 2v_1 v_2 + v_1^{\,2}}{a^2}\right)$$

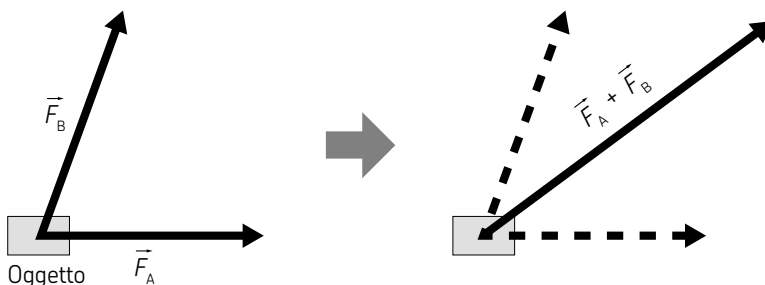
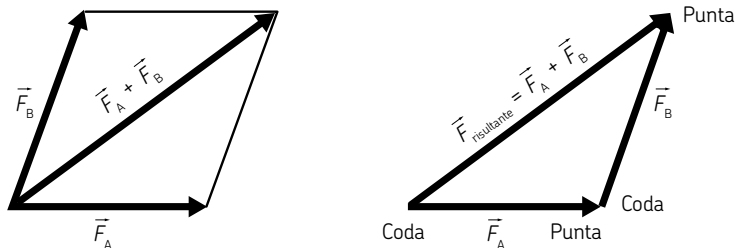
$$d = \frac{2v_1 v_2 - 2v_1^{\,2} + v_2^{\,2} - 2v_1 v_2 + v_1^{\,2}}{2a}$$

$$d = \frac{v_2^{\,2} - v_1^{\,2}}{2a}$$

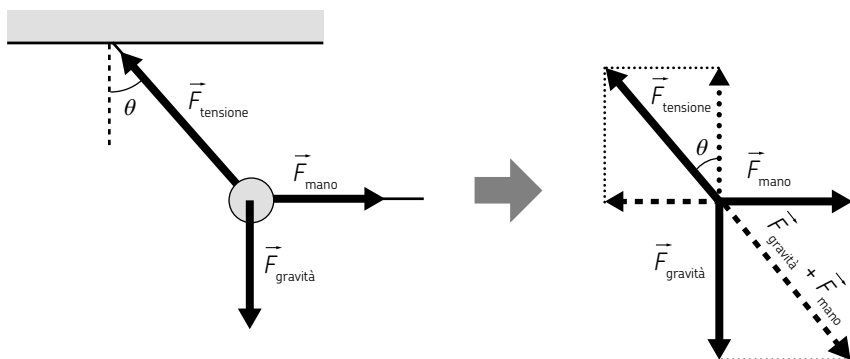
Ecco fatto! Basta moltiplicare entrambi i membri per 2*a* e otteniamo la regola ❸!

VETTORI: IL METODO PUNTA-CODA

Dato che la forza è un vettore, dobbiamo svolgere i calcoli seguendo le regole sui vettori che abbiamo visto nel Capitolo 1. Se due vettori sono paralleli, è semplice sommarli: basta sommare i loro moduli, o sottrarli se i vettori sono in versi opposti.

Nella vita vera, però, dovremo sommare vettori che puntano in qualsiasi direzione: per farlo usiamo il metodo punta-coda. Per chiarirlo, immaginiamo che su un oggetto agiscano due forze, $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$, come mostrato qui sotto.

La forza complessiva sull'oggetto è uguale alla singola forza mostrata dalla freccia sulla destra; questa freccia è la somma delle forze $\vec{F}_A + \vec{F}_B$, e la chiameremo $\vec{F}_{risultante}$. Ma come facciamo a trovarne di preciso il modulo e la direzione?

Per determinare il modulo e la direzione di una risultante, possiamo semplicemente far coincidere la punta del primo vettore con la coda del secondo. La forza risultante è quella che va dalla coda del primo vettore alla punta del secondo. Il vettore somma $\vec{F}_{risultante}$ forma un triangolo con $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$, come si vede sulla destra. Si può usare il metodo punta-coda per tutti i vettori, non solo le forze, e si può trovare la risultante di tre o più forze applicando ripetutamente il metodo punta-coda.

COMPOSIZIONE E SCOMPOSIZIONE DI FORZE

Per capire e analizzare meglio le forze, spesso le scomporremo in una componente orizzontale e una verticale, visto che il metodo punta-coda funziona anche all'opposto: possiamo cioè suddividere un'unica forza diagonale nella somma delle sue componenti orizzontale e verticale. Vediamo un esempio.

Consideriamo l'equilibrio delle forze quando un oggetto sospeso al soffitto viene tirato orizzontalmente (si veda pagina 61). Come mostra la figura sulla destra chiamiamo $\vec{F}_{gravità}$ la forza di gravità, $\vec{F}_{mano}$ la forza con cui la mano tira orizzontalmente e $\vec{F}_{tensione}$ la tensione della corda. Quando il peso è immobile, le tre forze sono in equilibrio. Quindi sommando i tre vettori otteniamo zero:

$$\vec{F}_{gravità} + \vec{F}_{mano} + \vec{F}_{tensione} = 0$$

Possiamo riscrivere questa uguaglianza come segue:

$$\vec{F}_{gravità} + \vec{F}_{mano} = -\vec{F}_{tensione}$$

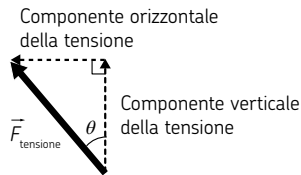
Sapendo ciò, riguardiamo il nostro diagramma pensandolo in termini di forze orizzontali e verticali. Dato che l'oggetto è immobile, le forze in direzione orizzontale devono essere nulle, e lo stesso vale per quelle in direzione verticale.

Quali sono le forze orizzontali in gioco? F_{mano} e la componente orizzontale della tensione della corda, $F_{tensione}$, che agiscono in versi opposti senza che l'oggetto si muova. Quindi le due forze devono essere uguali:

$$F_{mano} = \text{componente orizzontale di } F_{tensione}$$

Quali sono le forze verticali che agiscono sull'oggetto? La forza di gravità verso il basso e la componente verticale della tensione della corda, $F_{tensione}$. Agiscono in versi opposti e visto che l'oggetto è immobile, anch'esse devono essere uguali:

$$F_{gravità} = \text{componente verticale di } F_{tensione}$$

Ma come scomponiamo concretamente la forza della tensione in un addendo orizzontale e uno verticale? Usiamo qualche concetto della *trigonometria*, lo studio dei triangoli.

Ricordate il metodo di addizione punta-coda dei vettori? Qui scomponiamo la nostra forza diagonale, $F_{tensione}$, nelle sue componenti orizzontale e verticale formando un triangolo rettangolo. Se l'angolo indicato ha ampiezza θ, possiamo scrivere le due componenti in termini di questo angolo! Ricordando le due equazioni precedenti, otteniamo quello che segue:

❶ $F_{mano} = \text{sen } \theta \times F_{tensione}$

❷ $F_{gravità} = \cos \theta \times F_{tensione}$

Adesso, se dividiamo semplicemente l'equazione ❶ per la ❷, possiamo far scomparire la forza della tensione:

$$\frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta} = \frac{F_{mano}}{F_{gravità}}$$

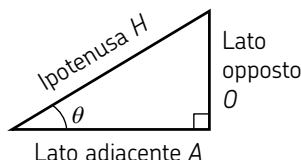
La possiamo anche scrivere così:

$$\tan \theta = \frac{F_{mano}}{F_{gravità}}$$

Quindi possiamo rappresentare la forza esercitata dalla mano in termini di quella di gravità e dell'angolo della corda!

$$F_{mano} = \tan \theta \times F_{gravità}$$

UN ATTIMO: COS'È QUESTA ROBA DI SENI E COSENI?

Se non avete mai studiato la trigonometria, non vi preoccupate: non c'è niente di difficile. La *trigonometria* è semplicemente lo studio delle relazioni fra le lunghezze dei lati di un triangolo e i suoi angoli, in particolare per i triangoli rettangoli. Dato che spesso scomponiamo forze e velocità in componenti orizzontali e verticali, la useremo spesso.

Consideriamo questo esempio: un triangolo rettangolo con un angolo di ampiezza θ.

Il seno, il coseno e la tangente (le tre principali funzioni trigonometriche) sono semplicemente modi per esprimere i rapporti tra i tre lati di questo triangolo.

Il seno dell'angolo theta (sen θ) è uguale al rapporto tra il lato opposto all'angolo (O) e l'ipotenusa (H). Scritto come formula, abbiamo:

$$\text{sen}\ \theta = \frac{O}{H}$$

Le altre funzioni trigonometriche sono semplicemente rappresentazioni di altri rapporti! Per esempio, il coseno di theta (cos θ) è uguale al rapporto tra il lato adiacente (A) e l'ipotenusa, mentre la tangente di theta (tan θ) è il rapporto tra il lato opposto e il lato adiacente. Le formule sono così:

$$\cos\theta = \frac{A}{H}$$

$$\tan\theta = \frac{O}{A}$$

Se avete difficoltà a ricordare questi diversi rapporti e a cosa corrispondono, provate a usare il termine mnemonico *SOHCAHTOA*.

sen = **O** / **H**, **c**os = **A** / **H**, **t**an = **O** / **A**

Ogni volta che sarete in dubbio se usare il seno, il coseno o la tangente, vi basterà pensare a SOHCAHTOA, la magica isola triangolare della trigonometria.

IL PRIMO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

Il primo principio della dinamica afferma: “Un oggetto continua a mantenere il suo stato di quiete o di moto uniforme a meno che non agisca su di esso una forza esterna”. Un oggetto isolato sospeso nello spazio, dove non sia soggetto alla gravità, rimarrà eternamente immobile oppure si muoverà a velocità costante a meno che non ci agisca qualche forza. È possibile che su un oggetto fermo agiscano delle forze, ma la loro somma deve essere zero: per esempio, un oggetto immobile posato su una scrivania è soggetto all’attrazione della gravità verso il basso. Rimane immobile perché riceve una forza verso l’alto da parte della scrivania, il che porta a una risultante nulla.

Dopo aver capito le forze che agiscono su un oggetto immobile, possiamo passare a capire che cosa succede quando la risultante delle forze su un oggetto *non* è zero.

IL SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

Quando a un oggetto viene applicata una forza, comincia a muoversi con un’accelerazione uniforme proporzionale alla forza complessiva e inversamente proporzionale alla massa dell’oggetto. Se il vettore della forza applicata è F, l’accelerazione è a e la massa dell’oggetto è m, il secondo principio della dinamica si esprime con questa uguaglianza:

$$F = ma$$

La massa è una grandezza che ha solo un valore numerico, e quindi è una grandezza scalare. Ricordiamo però che forza e accelerazione sono vettori: quindi stiamo attenti all’accelerazione dell’oggetto e all’orientamento della forza. Avranno la stessa direzione!

L’automobile radiocomandata che abbiamo visto a pagina 49 percorre un quadrato e mantiene una velocità uniforme quando si muove in linea retta. In quei tratti la forza complessiva sulla macchina è nulla, ma quando svolta ci dev’essere una forza che fa cambiare la direzione della velocità. È una distinzione importante: l’accelerazione non deve necessariamente modificare il *modulo* della velocità! Ne può cambiare semplicemente la *direzione*!

LA DIREZIONE DI: VELOCITÀ, ACCELERAZIONE E FORZA

In base al secondo principio della dinamica la direzione dell’accelerazione è sempre uguale a quella della forza. La direzione della velocità, invece, non corrisponde direttamente a quelle della forza e dell’accelerazione. Dalle relazioni tra accelerazione e velocità (spiegate a pagina 52) deriva la seguente uguaglianza:

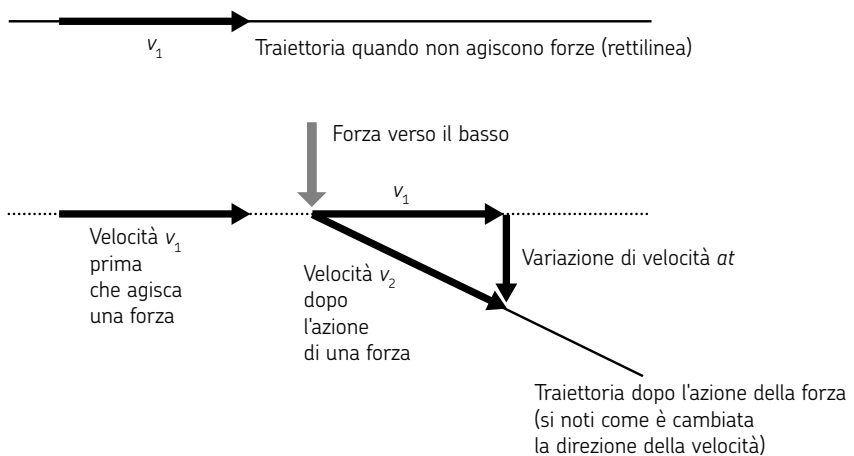
$$\text{variazione della velocità} = \text{accelerazione} \times \text{tempo}$$

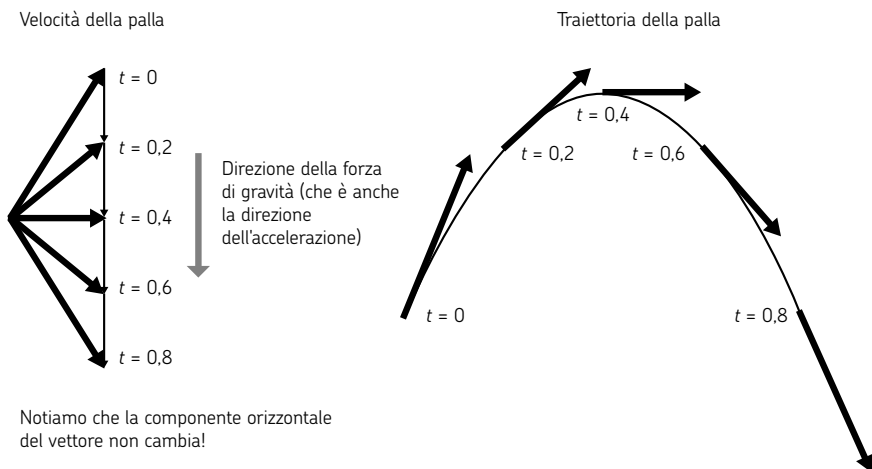
Quindi è la direzione della variazione della velocità a essere uguale alla direzione dell'accelerazione! È una distinzione sottile ma importante.

Vediamo un esempio. Supponiamo che ci sia un oggetto in moto a velocità costante v. Quando non ci agisce nessuna forza si muove in linea retta a velocità v_1, in base al primo principio della dinamica. Se ci agisce per un tempo t una forza verticale, come cambia la velocità dell'oggetto? Chiamando a l'accelerazione generata dalla forza e v_2 la velocità dopo l'applicazione della forza, possiamo scrivere la seguente relazione:

$$v_2 - v_1 = at$$

cioè

$$v_2 = v_1 + at$$

Quindi l'applicazione di una forza modifica la direzione del moto dell'oggetto. Possiamo prevedere facilmente il moto scomponendo v_2 nelle sue componenti orizzontale e verticale. La velocità orizzontale deve essere ancora uguale a v_1, perché in direzione orizzontale non c'è stata alcuna forza. La variazione della velocità verticale è semplicemente at!

Nell'esempio della palla lanciata di pagina 75, la forza di gravità continua ad agire sulla palla anche mentre si muove verso l'alto. Quando la palla sale, la sua velocità verticale decresce per via della forza di gravità. Una volta che ha cominciato a scendere guadagna velocità verso il basso. La velocità orizzontale della palla non cambia: è solo quella verticale che varia. Il moto della palla ha una traiettoria a forma di parabola, come mostra la figura che segue.

UN OGGETTO NON HA UNA FORZA PROPRIA

Chi non ha studiato fisica tende a pensare: "un oggetto in moto ha una forza"; è un'idea diffusa ma sbagliata. Come abbiamo visto nel Capitolo 1, una forza si genera fra due elementi che interagiscono, i cui movimenti si influenzano a vicenda. Un oggetto in movimento non ha una forza interna che continua a farlo muovere; è solo l'effetto del primo principio della dinamica.

Pensiamo all'esempio della palla lanciata in aria. La palla riceve una forza dalla mano fino al momento in cui se ne distacca. (A sua volta, per il principio di azione e reazione, la mano riceve una forza dalla palla, ma questa forza non ha a che vedere con il movimento della palla.) Una volta lasciata la mano, sulla palla agisce solo la forza di gravità da parte della Terra. La forza esercitata sulla palla dalla mano non c'è più, una volta che la palla l'ha lasciata.

L'UNITÀ DI MISURA DELLA FORZA

Il secondo principio della dinamica ci dà l'unità di misura della forza:

forza = massa × accelerazione

In questa uguaglianza l'unità di misura della massa è il chilogrammo (kg), mentre quella dell'accelerazione è il metro al secondo al quadrato (m/s^2). Quindi l'unità di misura della forza deve essere uguale a kg × m/s^2. Per indicarla in modo più semplice, la chiamiamo *newton (N)*:

1 newton = 1 (kg × m/s^2)

Possiamo usare i newton per descrivere le forze; come potete immaginare, questa unità di misura prende il nome dal grande Isaac Newton, al quale si devono i fondamenti della fisica. Una forza di 1 N è proprio la forza necessaria per accelerare di 1 m/s^2 un oggetto con una massa di 1 kg.

MISURARE MASSE E FORZE

Come si fa a determinare la massa di un oggetto? Si può misurare con una bilancia, che tiene conto del fatto che la forza di gravità che agisce su un oggetto (cioè il suo peso) è proporzionale alla sua massa. La massa misurata basandosi sulla gravità è detta *massa gravitazionale*.

Massa gravitazionale

Invece la massa calcolata usando il secondo principio della dinamica misura la resistenza di un oggetto all'accelerazione; questa massa non ha un rapporto diretto con la gravità. La massa calcolata in base alla teoria newtoniana (massa = forza / accelerazione) viene chiamata *massa inerziale*.

La massa inerziale si può misurare mettendo insieme il secondo principio della dinamica e il principio di azione e reazione. Per prima cosa, ci serve un oggetto di massa nota (lo chiameremo *oggetto di riferimento* e nel diagramma lo indicheremo con m_1). Poi posizioniamo l'oggetto di cui vogliamo misurare la massa (lo chiameremo *oggetto da misurare* e lo indicheremo con m_2) e l'oggetto di riferimento in modo che interagiscano collidendo. In questa collisione, sugli oggetti non agiscono forze esterne.

Massa inerziale

A questo punto le forze esercitate da ognuno dei due oggetti sull'altro sono soggette al principio di azione e reazione, e quindi devono essere uguali.

Se $F_1 = m_1a_1$ e $F_2 = m_2a_2$, sappiamo che $F_1 = F_2$, per via di questo principio; possiamo quindi scrivere:

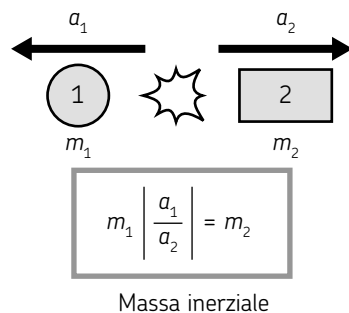
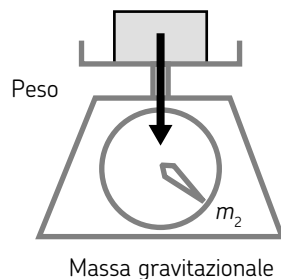
$$m_1a_1 = m_2a_2$$

Dato che vogliamo trovare m_2, la massa dell'oggetto da misurare, riscriviamo questa uguaglianza come segue:

$$m_2 = \frac{m_1a_1}{a_2}$$

Ovviamente le accelerazioni sono in realtà in direzioni opposte, e quindi ne consideriamo solo il modulo.

L'accelerazione di un oggetto si può trovare misurando la distanza percorsa dall'oggetto e il tempo che impiega a percorrerla. Una volta svolte queste misurazioni, possiamo calcolare la massa dell'oggetto da misurare.

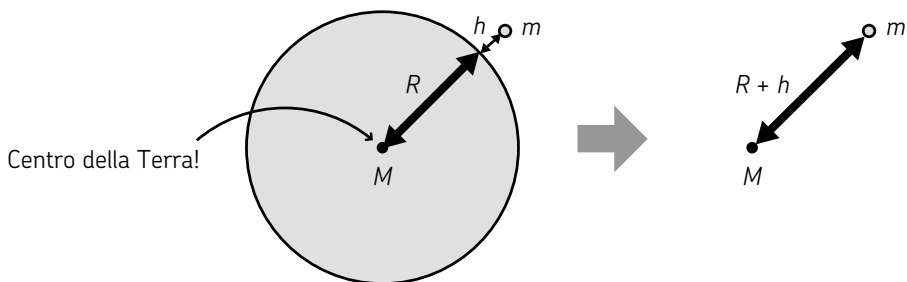
Anche se con gli esperimenti si è visto che la massa gravitazionale è uguale alla massa inerziale, i principi della dinamica non dicono che *debba* essere così. Quello che sappiamo su questa relazione viene da Einstein, che basò la relatività generale sul *principio di equivalenza*, cioè l'idea che le masse gravitazionale e inerziale siano uguali. È tuttora un'attiva area di ricerca.

Una volta che abbiamo determinato le masse degli oggetti che collidono, possiamo trovare la forza che hanno esercitato l'uno sull'altro. Dato che la forza fa accelerare gli oggetti, possiamo misurare questa accelerazione e inserirne il valore nell'espressione che segue per trovare il valore esatto della forza applicata:

massa × accelerazione = forza

MISURARE I PESI

La forza di gravità terrestre agisce su un oggetto con massa m così:

❶ $F = mg$

In questa formula, g è il modulo dell'accelerazione di gravità, circa 9,8 m/s^2 se misurata vicino al suolo. È una relazione che si ricava da quella della gravitazione universale.

Consideriamo un oggetto di massa m che si trovi a un'altezza h sopra la Terra.

Assumiamo che la Terra sia una sfera perfetta di raggio R, massa M e densità uniforme. Così facendo, possiamo anche assumere che la gravità generata dall'intero globo in un punto esterno alla superficie terrestre sia uguale alla gravità di un punto di massa M. Usando la formula che descrive la gravitazione universale che abbiamo visto a pagina 43, possiamo calcolare la forza e l'accelerazione dovute all'attrazione gravitazionale della Terra.

Il modulo della gravità che la Terra esercita su un oggetto è dato da:

$$F = G \frac{Mm}{(R + h)^2}$$

Notiamo anche che la forza di gravità su un oggetto vicino alla superficie terrestre (cioè dove $h = 0$) è come segue:

$$F = G \frac{Mm}{R^2} \qquad \text{dove} \qquad G \frac{M}{R^2} = g$$

Dato che sappiamo che la forza è anche uguale al prodotto della massa per l'accelerazione, possiamo uguagliare il secondo membro di questa formula a quello della ❶.

NOTE *Ricordiamo da pagina 43 che G è la costante di gravitazione universale.*

$$mg = G$$

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

Il raggio della Terra è pari a circa $6{,}38 \times 10^6$ m e la sua massa a circa $5{,}98 \times 10^{24}$ kg. Usando questi valori possiamo calcolare il valore di g, l'accelerazione di un oggetto dovuta alla gravità:

$$g = G\frac{M}{R^2} = 6{,}67 \times 10^{-11} \times \frac{5{,}98 \times 10^{24}}{(6{,}38 \times 10^6)^2} \approx 9{,}8 \text{ m/s}^2$$

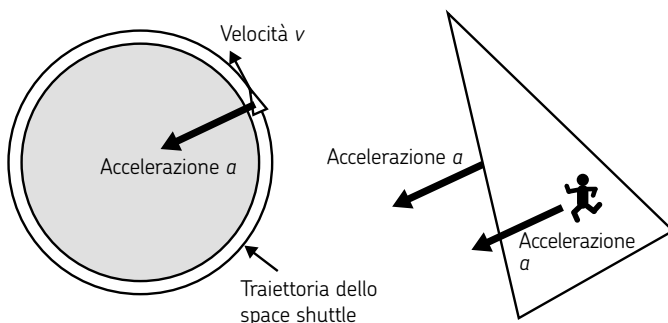
Questa è l'accelerazione di gravità; notiamo che non dipende dalla massa dell'oggetto più piccolo (m). A rigore, dato che la Terra non è una sfera perfetta, l'accelerazione di gravità vicino alla superficie terrestre varia lievemente a seconda dei luoghi, ma in ogni caso si può tranquillamente approssimare con il valore di 9,8 m/s^2.

Cerchiamo ora di trovare il valore dell'accelerazione di gravità a bordo di uno space shuttle in un punto dell'orbita attorno alla Terra. La quota dello shuttle era tra i 300 e i 500 km sopra la superficie terrestre.

Assumiamo h = 500 km sopra la superficie. $R + h = (6{,}38 \times 10^6 \text{ m}) + (0{,}5 \times 10^6 \text{ m}) = 6{,}88 \times 10^6$ m. Con questi dati possiamo trovare l'accelerazione di gravità a questa altitudine:

$$g = G\frac{M}{(R+h)^2} = 6{,}67 \times 10^{-11} \times \frac{5{,}98 \times 10^{24}}{(6{,}88 \times 10^6)^2} \approx 8{,}4 \text{ m/s}^2$$

In altre parole, sullo shuttle agisce una gravità che è circa l'86 per cento ($8{,}4/9{,}8 \approx 0{,}86$) di quella che agisce sulla superficie della Terra. Dato che la distanza fra la Terra e uno shuttle in orbita è circa un decimo del raggio terrestre, è ragionevole che la gravità del pianeta agisca sulla navetta ancora in modo significativo.

Ma allora, perché sembra che dentro uno shuttle non ci sia gravità? Succede perché tutto lo shuttle "cade" in continuazione, attratto dalla gravità terrestre. Einstein teorizzò che se si spezza il cavo che sorregge un ascensore, una persona all'interno dell'ascensore che precipita si troverebbe in un ambiente privo di peso, esattamente come nello spazio. Come per un ascensore con il cavo spezzato, l'accelerazione dello space shuttle è orientata verso il centro della Terra a causa della gravità, ma la velocità con cui cade è perpendicolare alla direzione della gravità; non si muove verso il basso.

Questo è il motivo per cui lo shuttle viaggia attorno alla Terra lungo una traiettoria circolare (o, più precisamente, ellittica). La sensazione della cosiddetta assenza di gravità è creata dal fatto che sia lo shuttle che tutto ciò che contiene, compresi gli astronauti, "cadono" con la stessa accelerazione di gravità.

CAPIAMO IL MOTO PARABOLICO

A pagina 75 abbiamo esaminato una palla in volo: il moto di quella palla è un cosiddetto *moto parabolico*. Qui esamineremo più approfonditamente la traiettoria della palla, svolgendo qualche vero calcolo.

Nella figura che segue, la distanza lungo la direzione orizzontale è indicata con x, lungo quella verticale con y e la massa della palla con m. La forza della gravità sulla palla agisce verso il basso lungo l'asse y, con modulo mg. Rappresentato in termini delle sue componenti, il vettore della forza agente sulla palla si può esprimere come segue:

forza nella direzione x

$$F = (0, -mg)$$

forza nella direzione y

Analogamente, possiamo rappresentare l'accelerazione in termini delle sue componenti con $a = (a_x, a_y)$. Sappiamo quanto segue:

L'accelerazione in direzione x è $a_x = 0$.

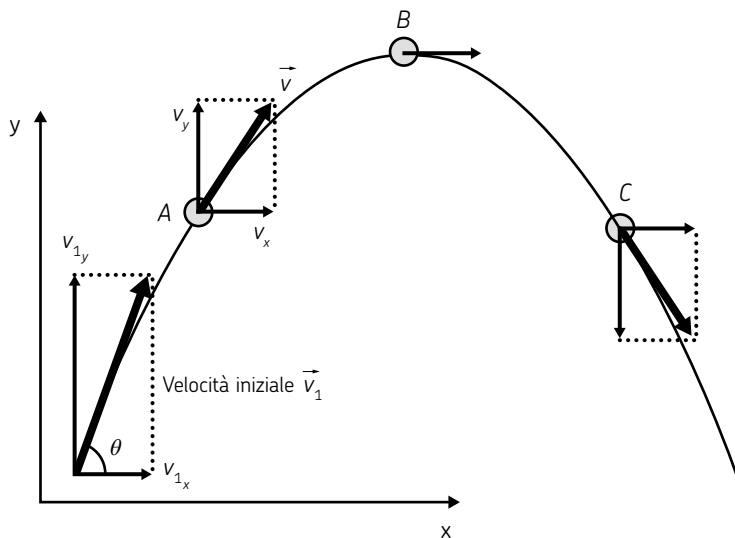
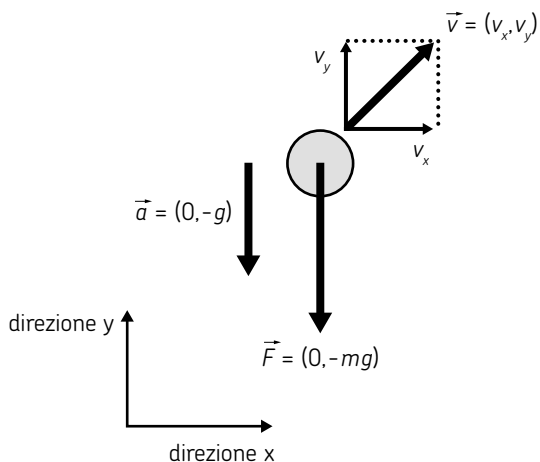
L'accelerazione in direzione y è $a_y = -g$.

In breve, la palla ha una velocità costante in direzione x, mentre in direzione y si ha un moto uniformemente accelerato.

Se conosciamo questi valori, possiamo calcolare la velocità della palla in ogni istante. Nel momento in cui la palla viene lasciata andare, $t = 0$ e la velocità di lancio è $v_1 = (v_{1_x}, v_{1_y})$; grazie alla regola ❶ del moto uniformemente accelerato otteniamo:

$$v_{2_x} = v_{1_x}$$

$$v_{2_y} = v_{1_y} - gt$$

Queste relazioni indicano che nella direzione x la velocità non varia, mentre varia verso il basso nella direzione y di –9,8 m/s ogni secondo (gt = -9,8 m/s^2 × 1 s = -9,8 m/s).

Adesso troviamo la posizione della palla. Scomponiamola nelle sue componenti lungo le direzioni x e y:

$$x = v_{1_x} t$$

$$y = v_{1_y} t - \tfrac{1}{2} g t^2$$

Adesso vorremmo un modo per eliminare la variabile t fra queste due equazioni. Proviamo a riscrivere la prima equazione!

$$t = \frac{x}{v_{1_x}}$$

Inserendo questo valore di t nella seconda equazione otteniamo:

$$y = v_{1_y} \left(\frac{x}{v_{1_x}}\right) - \tfrac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_{1_x}}\right)^2$$

Questa funzione è un polinomio di secondo grado, e se ne tracciamo il grafico otteniamo effettivamente una parabola. L'origine è nel punto in cui la palla lascia la mano.

Questa equazione ci permette di calcolare dove atterrerà la palla. Intanto, possiamo mettere in evidenza il termine $\left(\frac{x}{v_{1_x}}\right)$, così:

$$y = \frac{x}{v_{1_x}} \left(v_{1_y} - \tfrac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_{1_x}}\right)\right)$$

E dato che sappiamo che il punto in cui la palla toccherà terra sarà dove $y = 0$ e $x \neq 0$, poniamo y uguale a 0:

$$0 = \frac{x}{v_{1_x}} \left(v_{1_y} - \tfrac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_{1_x}}\right)\right)$$

$$v_{1_y} = \tfrac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_{1_x}}\right)$$

Possiamo risolvere questa equazione rispetto alla x, e troviamo la distanza percorsa dalla palla!

❶ $$x = \frac{2 v_{1_x} v_{1_y}}{g}$$

Se chiamiamo θ l'angolo di lancio e riscriviamo questa espressione, possiamo trovare l'angolo che permette di lanciare più lontano possibile la palla a parità di velocità. La velocità iniziale si può esprimere come segue:

$$v_1 = (v_{1_x}, v_{1_y}) = (v_1 \cos\theta, v_1 \operatorname{sen}\theta)$$

Possiamo quindi esprimere in un altro modo il punto di atterraggio dato dalla formula ❶:

$$x = \frac{2 \times v_1 \cos\theta \times v_1 \text{ sen } \theta}{g} = \frac{v_1^2 \text{ sen } 2\theta}{g}$$

Questo valore raggiunge un massimo quando sen $(2\theta) = 1$.* Quindi, quando lanciamo una palla a una velocità data, la palla raggiunge la distanza maggiore possibile quando la lanciamo con un angolo di 45 gradi.

IL CALCOLO DIFFERENZIALE PER TROVARE ACCELERAZIONE E VELOCITÀ

ATTENZIONE: CALCOLO DIFFERENZIALE!

La velocità di un oggetto varia da un istante all'altro. Indichiamo con Δt un brevissimo intervallo di tempo durante il quale possiamo assumere che la velocità sia costante. Otteniamo allora la seguente approssimazione, in cui Δx rappresenta lo spostamento che si è avuto nel tempo Δt:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

In questa uguaglianza, più piccolo è il valore che assegniamo a Δt e più precisa è l'approssimazione che otteniamo per la velocità. In un esperimento, Δt deve avere un valore ben preciso, e quindi possiamo solo trovare un valore medio per la velocità. Ma matematicamente possiamo pensare al caso in cui Δt tende indefinitamente a zero. In altre parole, possiamo definire la velocità in un dato istante come segue:

❶ $$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$ Questa è la definizione della derivata.

Lo stesso vale per l'accelerazione. Assegniamo Δv a un breve intervallo di tempo Δt, nel corso del quale possiamo assumere che l'accelerazione sia virtualmente costante. Allora l'accelerazione a si esprime come segue:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Quando l'accelerazione non è costante, possiamo rendere infinitamente piccola la variazione di t:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Così otteniamo l'accelerazione in un dato istante. Notiamo anche che sostituendo l'espressione ❶ in quest'ultima otteniamo:

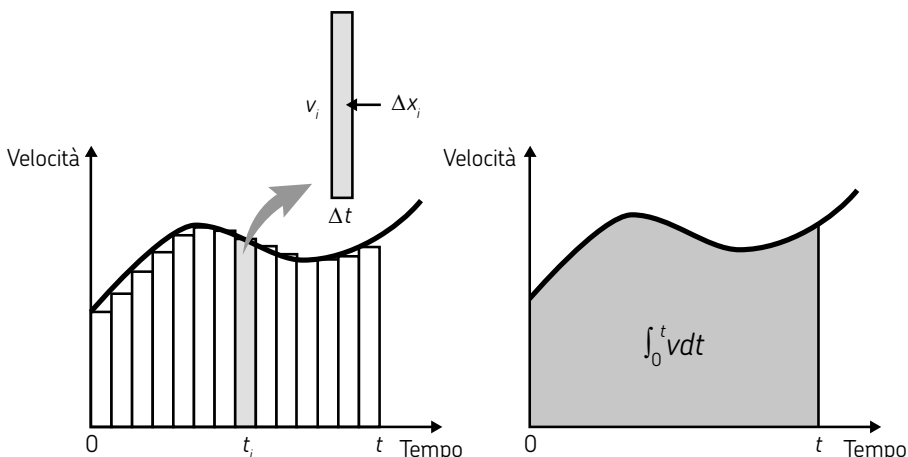
$$a = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

* Se i calcoli vi lasciano perplessi, ricordate che sen $(2\theta) = 2$ sen $\theta \cos\theta$.

Quindi l'accelerazione si può esprimere come derivata seconda dello spostamento. Il secondo principio della dinamica ($F = ma$) si può esprimere nel calcolo differenziale così:

$$m \frac{dv}{dt} = F \qquad \text{ovvero} \qquad m \frac{d^2x}{dt^2} = F$$

USIAMO L'AREA SOTTO UN GRAFICO V-T PER TROVARE LA DISTANZA PERCORSA DA UN OGGETTO

Adesso esaminiamo come si può trovare la distanza percorsa da un oggetto se conosciamo già la sua velocità (vedi pagina 54). Quando la velocità è costante, sappiamo scrivere facilmente la relazione tra la distanza percorsa (Δx) in un dato intervallo di tempo (Δt).

Per una velocità il cui valore invece varia, possiamo trovare un'approssimazione sommando le distanze percorse in intervalli di tempo lunghi Δt. In altre parole, dividiamo l'intervallo totale di tempo fra il momento 0 e il momento t in n segmenti, assegniamo t_i all'i-esimo segmento sull'asse del tempo, e assegniamo il valore v_i alla velocità in quel momento. Indicando il tempo con Δt e la velocità nell'i-esimo segmento con v_i otteniamo la seguente relazione:

$$x = v_1\Delta t + v_2\Delta t + \ldots + v_i\Delta t + \ldots + v_n\Delta t$$

La distanza x percorsa tra il momento 0 e il momento t si può trovare con la seguente approssimazione:

$$x = \sum_{i=1}^{n} v_i\Delta t$$

Quando si divide l'intervallo in segmenti infinitamente piccoli, in modo da far tendere Δt a zero (quando n, il numero di segmenti, tende a infinito), il risultato sarà molto più preciso:

$$x = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_{i=1}^{n} v_i \Delta t = \int_0^t v dt$$

Questa è proprio la definizione di un integrale. La formula mostra che possiamo trovare la distanza percorsa usando il calcolo integrale per rappresentare l'area sotto il grafico v-t.

Adesso, dato un moto uniformemente accelerato con accelerazione a, velocità v_1 nel momento $t = 0$, e velocità v_2 nel momento t, sappiamo che vale:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}$$

Da questa relazione possiamo immediatamente dedurre che $v_2 = v_1 + at$, cioè la regola ❶ di pagina 85. Ora che abbiamo una formula che ci dà la velocità in funzione del tempo, la possiamo inserire nella formula in cui compare l'integrale per calcolare lo spostamento:

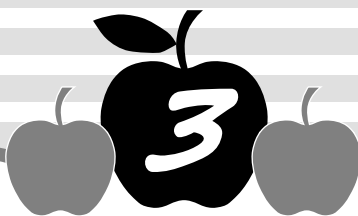
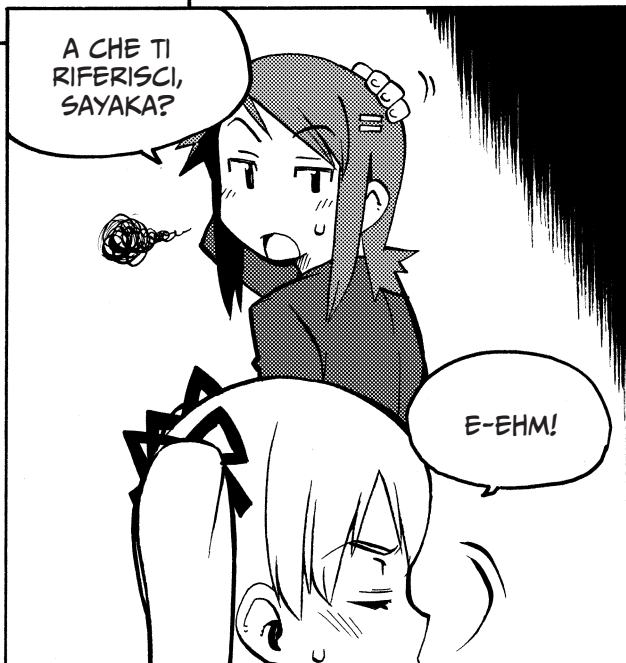
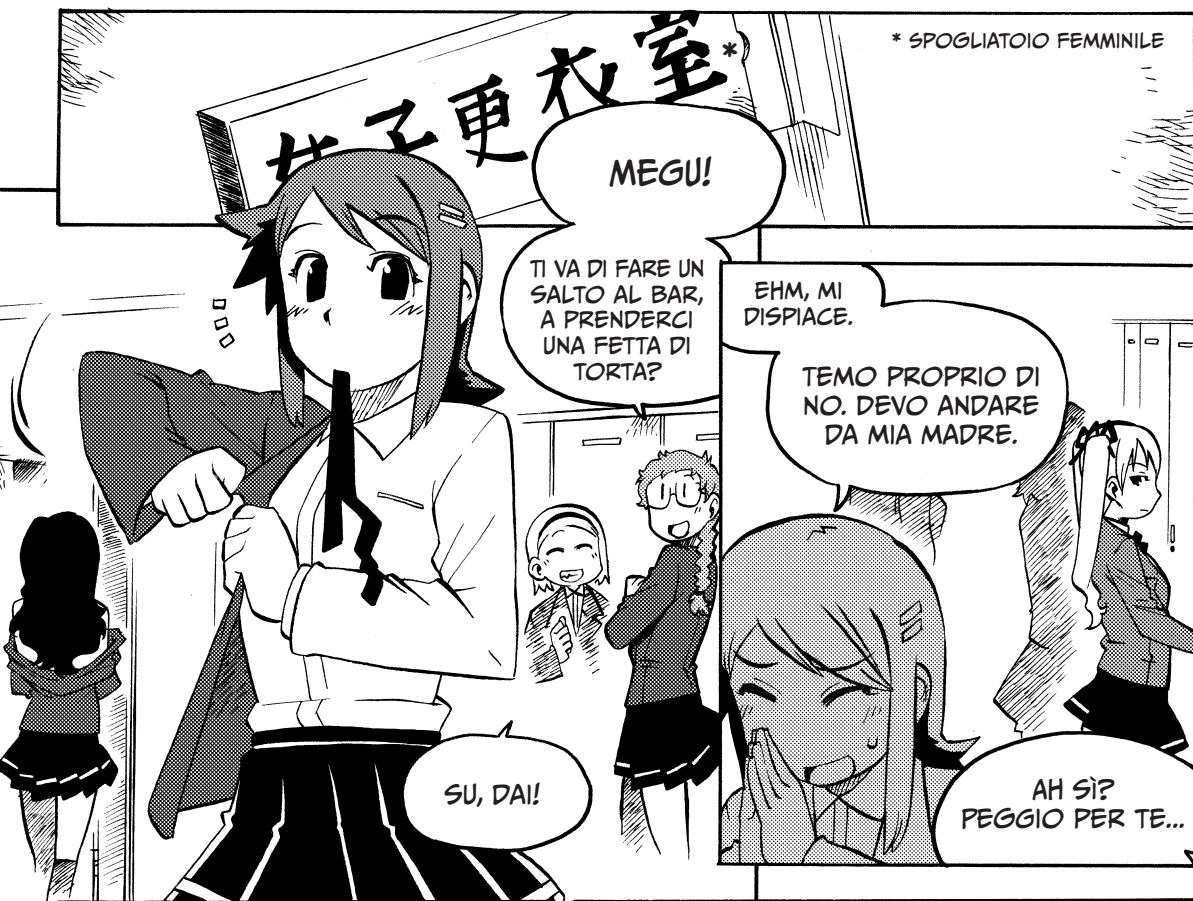
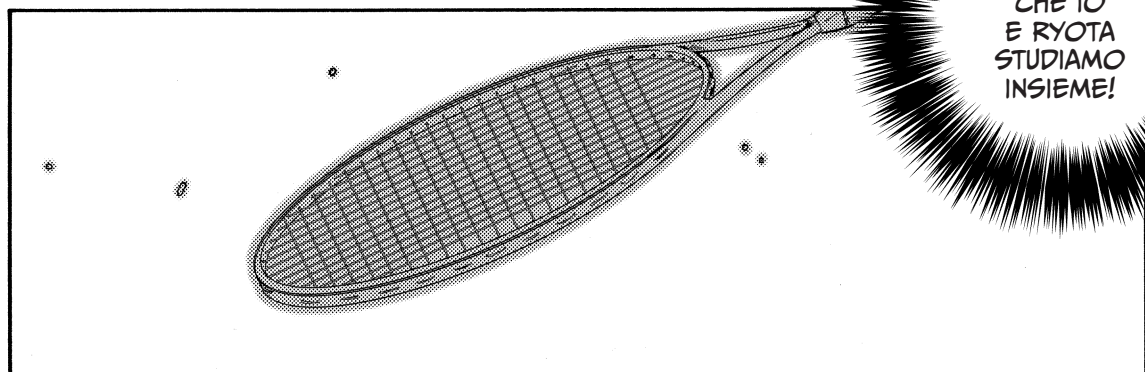
$$x = \int_0^t (v_1 + at) dt$$

Dato che v_1 e a sono costanti, è un integrale relativamente facile da calcolare:

$$x = \left[v_1 t + \tfrac{1}{2}at^2\right]_0^t$$

Poiché il primo estremo di integrazione è $t = 0$, è semplice trovare:

$$x = v_1 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

Abbiamo appena ricavato una regola che dovrebbe avere un aspetto molto familiare!

3
QUANTITÀ
DI MOTO

女子更衣室*
* SPOGLIATOIO FEMMINILE
MEGU!
TI VA DI FARE UN SALTO AL BAR, A PRENDERCI UNA FETTA DI TORTA?
SU, DAI!
EHM, MI DISPIACE.
TEMO PROPRIO DI NO. DEVO ANDARE DA MIA MADRE.
AH SÌ? PEGGIO PER TE...
SIAMO PROPRIO INDAFFARATE IN QUESTI GIORNI, EH?!
A CHE TI RIFERISCI, SAYAKA?
E-EHM!

SPERO SOLO CHE TI SIA DATA DA FARE ANCHE COL TENNIS, SECCHIONA...
STOMP STOMP BANG!
CHE LE PRENDE?
CHISSÀ!
FORSE SAYAKA SA CHE IO E RYOTA STUDIAMO INSIEME!

LA SENTO NEL BRACCIO!

LA PALLA NON STA CREANDO UNA SPECIE DI FORZA CONTRO LA RACCHETTA?

BUONA OSSERVAZIONE.

QUANDO LA URTA UNA PALLA VELOCE, ADDOSSO ALLA RACCHETTA ARRIVA LA QUANTITÀ DI MOTO DELLA PALLA.

B A M

IMPATTO!

E, IN EFFETTI, CIÒ CREA UNA FORZA.

...QUANTITÀ DI MOTO

MA LA *QUANTITÀ DI MOTO* E LA *VELOCITÀ* SONO COSE DIVERSE, NO?

PENSAVO CHE PER CALCOLARE LA QUANTITÀ DI MOTO BASTASSE SAPERE LA VELOCITÀ.
NON MI ERO RESA CONTO CHE SERVISSE ANCHE LA MASSA!
BE', BASTA CHE CI PENSI UN ATTIMO.

ANCHE A PARITÀ DI VELOCITÀ, UNA PALLA DA TENNIS...
SHHTOCK

PING
E UNA PALLINA DA PING-PONG HANNO QUANTITÀ DI MOTO MOLTO DIVERSE.

...GIÀ, UNA PALLINA DA PING-PONG NON FA MOLTO MALE SE PRENDE QUALCUNO IN TESTA...
CHE?
TE LA PRENDI ANCORA PER QUELL'INCIDENTE?
SOGNO A OCCHI APERTI DI MEGUMI. DELITTO SUI CAMPI DA TENNIS: MISTERIOSO EMATOMA SULLA TESTA DELLA VITTIMA.
E ORA... INCASSERÒ LA SUA ASSICURAZIONE SULLA VITA.
HMM...
LA PALLA NON ERA MICA COSÌ GRANDE.
NO, NO, NON È ANDATA AFFATTO COSÌ!

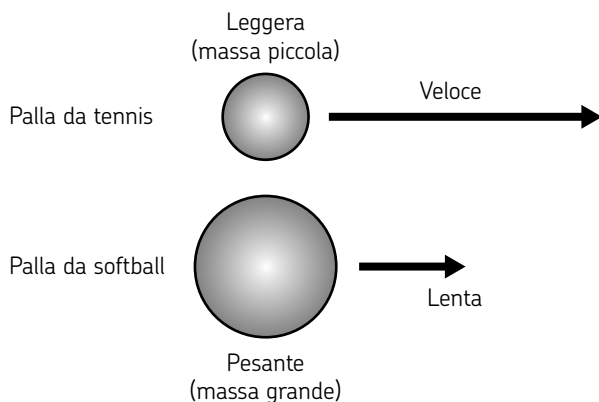
CERCAVO SOLTANTO DI AIUTARTI, NINOMIYA-SAN. C'ERA UN SACCO DA FARE PER UNA PERSONA SOLA.
METTE IL BRONCIO...
SU, STO SCHERZANDO.

SAI UNA COSA, NONOMURA-KUN? TENDI A PRENDERTELA PER UN NIENTE.
NON È VERO...
ECCOLA CHE RICOMINCIA...

LABORATORIO

DIFFERENZA DI QUANTITÀ DI MOTO DOVUTA A UNA DIFFERENZA DI MASSA

Per farti capire meglio come funziona la quantità di moto ho portato una palla da softball e una da tennis.

Esaminiamo la quantità di moto della palla da softball quando si sposta lentamente e di quella da tennis quando si muove veloce.

Vediamo, la palla da softball è molto più pesante di quella da tennis, vero?

Sì, certo. Ecco cosa sappiamo sulle due palle:

$$m_{\text{palla da softball}} > m_{\text{palla da tennis}}$$

$$v_{\text{palla da softball}} < v_{\text{palla da tennis}}$$

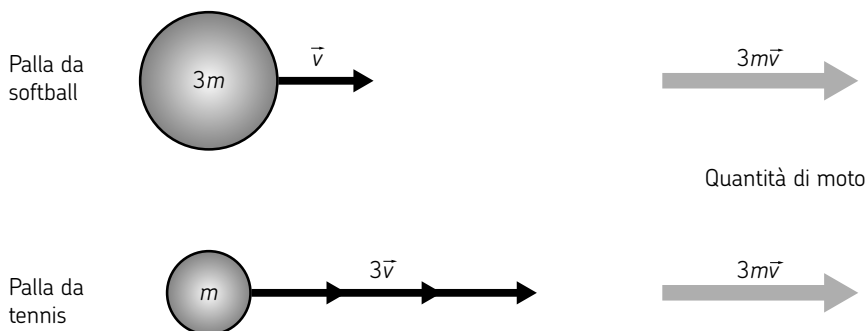
Però non sappiamo quale delle due ha la quantità di moto maggiore. Ricorda che è data dal prodotto della massa per la velocità ($p = mv$). Dovremmo conoscere i valori numerici per determinare con precisione la differenza.

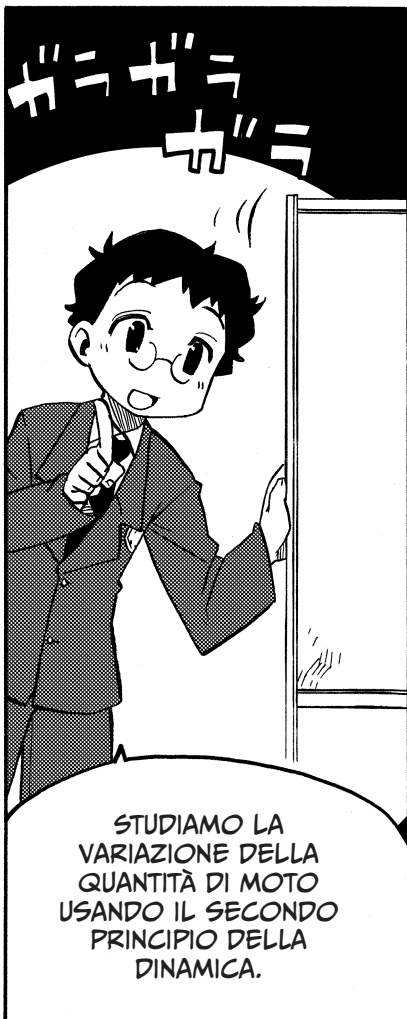
Be', io so che una palla da tennis ha una massa di circa 60 grammi.

E una da softball di circa 180 grammi.

Allora sappiamo quasi tutto. Sono 60 grammi contro 180: la massa di quella da softball è circa tre volte quella della palla da tennis.

Con questi nuovi dati e la relazione $p = mv$, per avere la stessa quantità di moto, la palla da tennis deve avere una velocità tripla rispetto alla palla da softball.

Ah, ho capito.

VARIAZIONI DI QUANTITÀ DI MOTO E IMPULSO
HAI CAPITO CHE L'IMPATTO DI UNA PALLA SULLA RACCHETTA È DATO
DALLA SUA QUANTITÀ DI MOTO?
SÌ. È CHIARISSIMO.

BENE: ADESSO VEDIAMOLO IN MODO PIÙ DETTAGLIATO. DOPO AVER COLPITO LA RACCHETTA, LA PALLA RIPARTE A UNA VELOCITÀ DIVERSA DA QUELLA CHE AVEVA PRIMA DELL'IMPATTO.
LA QUANTITÀ DI MOTO È CAMBIATA.

ガラガラ
ガラ
STUDIAMO LA VARIAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO USANDO IL SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA.

AH, MI SA CHE ME LO RICORDO. DICE COSÌ:
F = ma
FORZA = MASSA × ACCELERAZIONE

GIUSTO, E SAI CHE L'ACCELERAZIONE È SEMPLICEMENTE LA VARIAZIONE DI VELOCITÀ DIVISA PER IL TEMPO. QUINDI...

SE L'ACCELERAZIONE È COSTANTE, LA POSSIAMO INSERIRE NEL SECONDO PRINCIPIO, OTTENENDO
FORZA = MASSA × VARIAZIONE DI VELOCITÀ / TEMPO
CIOÈ
F = m × (v2 − v1) / t
VEDIAMO... QUINDI VUOL DIRE...

FLIP
SE LO MODIFICHIAMO LIEVEMENTE (MOLTIPLICANDO I DUE MEMBRI PER t), OTTENIAMO QUESTO.

VEDI LA DIFFERENZA?
MASSA × VARIAZIONE DI VELOCITÀ = FORZA × TEMPO
m × (v2 − v1) = Ft
ばーん!
E CHE CI GUADAGNIAMO?

SAPPIAMO CHE LA QUANTITÀ DI MOTO È LA MASSA MOLTIPLICATA PER LA VELOCITÀ.
QUINDI LA MASSA PER LA VARIAZIONE DI VELOCITÀ È SEMPLICEMENTE LA VARIAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO, SE LA MASSA *m* È COSTANTE.
CAPISCO.

RIGUARDIAMO QUESTA UGUAGLIANZA, E QUESTA VOLTA SVILUPPIAMO IL PRODOTTO AL PRIMO MEMBRO.
VARIAZIONE QUANTITÀ DI MOTO = FORZA × TEMPO
$mv_2 - mv_1 = Ft$
CAPISCO: LA VARIAZIONE DI QUANTITÀ DI MOTO È UGUALE ALLA FORZA APPLICATA SULL'OGGETTO, MOLTIPLICATA PER IL TEMPO.

SÌ, E LA FORZA MOLTIPLICATA PER IL TEMPO SI CHIAMA *IMPULSO*.
L'IMPULSO FA VARIARE LA QUANTITÀ DI MOTO DI UN OGGETTO.

NEL MOMENTO IN CUI LA PALLA È IN CONTATTO CON LA RACCHETTA, LA SUA QUANTITÀ DI MOTO CAMBIA. È QUESTA LA FORZA CHE SENTI SUL BRACCIO.
A-HA!

ESAMINIAMO LA SITUAZIONE PIÙ NEL DETTAGLIO.
CHIAMIAMO LA MASSA DELLA PALLA m, LA VELOCITÀ DELLA PALLA PRIMA DI COLPIRE LA RACCHETTA v_1, E DOPO AVERLA COLPITA v_2.
POW!
AIII!
LA FORZA ESERCITATA DALLA RACCHETTA È F E IL TEMPO PER CUI PALLA RACCHETTA SONO IN CONTATTO È t.
QUANTITÀ DI MOTO PRIMA DEL COLPO: mv_1
FORZA DALLA RACCHETTA: F
QUANTITÀ DI MOTO DOPO IL COLPO: mv_2
DURATA DEL CONTATTO: t
PRIMA DEL COLPO
MOMENTO DEL COLPO
DOPO IL COLPO
CALCOLIAMO LA QUANTITÀ DI MOTO DELLA PALLA PRIMA E DOPO CHE HA COLPITO LA RACCHETTA.
HHHHHAAAAAAA! HHHHHAAAAAAA!
LA FOLLA ESULTA!
EHI, MI STAI ASCOLTANDO, NINOMIYA-SAN?
CHE...? SÌ, TI ASCOLTO. LA QUANTITÀ DI MOTO DELLA PALLA, CERTO.

$p = mv$, COME SAPPIAMO, E QUINDI
UHM...

LA QUANTITÀ DI MOTO (p) DELLA PALLA PRIMA DI COLPIRE LA RACCHETTA È mv_1.

E QUELLA DOPO AVERLA COLPITA È mv_2...QUINDI LA VARIAZIONE È UGUALE A $mv_2 - mv_1$, GIUSTO?
PERFETTO!

L'IMPULSO È DATO DA Ft.
$mv_2 - mv_1 = Ft$
E OTTENIAMO QUESTA UGUAGLIANZA PERCHÉ SAPPIAMO CHE...
LA VARIAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO È UGUALE ALL'IMPULSO.

IN REALTÀ QUESTA ESPRESSIONE NON È ALTRO CHE UN DIVERSO MODO DI SCRIVERE IL SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA, $F = ma$.
$F = ma$
AH SÌ?
$mv_2 - mv_1 = Ft$
MA È MOLTO UTILE QUANDO VOGLIAMO TROVARE LA VARIAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO PROVOCATA DA UNA FORZA NOTA, OPPURE TROVARE LA FORZA CORRISPONDENTE A UNA VARIAZIONE NOTA DI QUANTITÀ DI MOTO.

PER ESEMPIO, SE CONOSCI I VALORI DELLA VELOCITÀ DELLA PALLA PRIMA E DOPO AVER COLPITO LA RACCHETTA, v_1 E v_2, E LA DURATA DEL CONTATTO TRA PALLA E RACCHETTA...

PUOI FACILMENTE CALCOLARE LA FORZA F ESERCITATA DALLA RACCHETTA SULLA PALLA.

OOOH! AHHH!

v_1

F

t

v_2

LABORATORIO

TROVARE LA QUANTITÀ DI MOTO DI UN COLPO

Analizziamo concretamente questa situazione, Ninomiya-san, e calcoliamo la forza che eserciti sulla palla. Durante il tuo incontro con Sayaka ho filmato i tuoi movimenti con una telecamera ad alta velocità. Analizzeremo uno scambio in cui hai risposto a un suo smash.

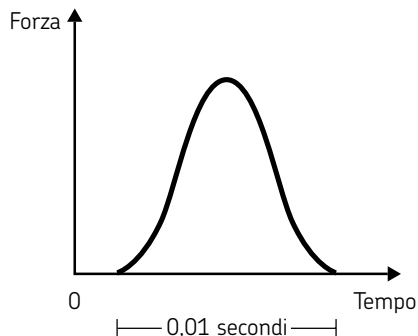
Rieccoci. Un altro scenario ipotetico.

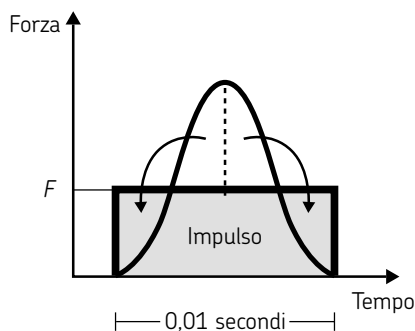
No, questa volta ho davvero filmato l'incontro.

Che diavolo...?

Solo in nome della scienza. Ho analizzato le immagini e ho scoperto che la velocità della palla quando ha colpito la racchetta era di circa 100 km/h, e che l'hai respinta a circa 80 km/h. E ho misurato la durata del contatto della palla con la tua racchetta: era di un centesimo di secondo.

E quindi abbiamo tutti i numeri che ci servono!

Usando questi valori possiamo trovare il modulo della forza che la tua racchetta ha esercitato sulla palla. Ma in realtà non è così semplice. Un grafico della forza nel corso del tempo ha questo aspetto.

In questo esempio, però, prenderò un valore medio di *F*.

Così i calcoli sono molto più semplici.

Per prima cosa, calcoliamo la quantità di moto della palla prima che tu la colpisca. La massa della palla è 0,06 kg. La velocità è –100 km/h, vista nella direzione della risposta. Dato che 1 km = 1000 m e 1 ora = 3600 secondi, convertiamo la velocità in metri al secondo (m/s) come segue: 1 km/h = 1000 m / 3600 s. Il calcolo ci dà:

$$\frac{-100\ \text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\ \text{m}}{\text{km}} \times \frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}} = -27{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$p = mv$$

$$p = 0{,}06\ \text{kg} \times -27{,}8\ \text{m/s}$$

$$p = -1{,}7\ \text{kg} \times \text{m/s}$$

Adesso conosciamo la quantità di moto iniziale della palla. È un po' strano che il valore sia negativo, ma penso che serva solo a indicare la direzione rispetto al mio punto di vista.

Ora calcoliamo la quantità di moto della palla dopo che l'hai colpita. Dato che la velocità della palla in quel punto è 80 km/h, e il suo verso è positivo, il risultato è il seguente:

$$\frac{80\ \text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\ \text{m}}{\text{km}} \times \frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}} = 22{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$p = mv$$

$$p = 0{,}06\ \text{kg} \times 22{,}2\ \text{m/s}$$

$$p = 1{,}3\ \text{kg} \times \text{m/s}$$

Adesso possiamo scoprire la differenza tra questi due valori.

La variazione della quantità di moto si può calcolare così:

$$1{,}3 \text{ kg} \times \text{m/s} - (-1{,}7 \text{ kg} \times \text{m/s}) = 3{,}0 \text{ kg} \times \text{m/s} = \Delta p$$

Questo, quindi, è di quanto varia la quantità di moto della palla. E dato che la forza ci agiva per 0,01 secondi possiamo calcolarla usando l'uguaglianza:

$$\Delta p = Ft \qquad \text{cioè} \qquad \frac{\Delta p}{t} = F$$

Nel nostro esempio significa (3,0 kg × m/s) / 0,01 s = 300 N. Scommetto che questa è la forza sulla mia racchetta.

Proprio così. Dato che probabilmente non sai che sensazione dà un newton, scopriamo a che cosa equivale in termini di forza generata da un peso di 1 kg, ponendo che 1 kg sia uguale circa a 9,8 N:

$$300\text{N} \times \frac{1 \text{ kg}}{9{,}8 \text{ N}} = 30{,}6 \text{ kg}$$

Ma perché la forza generata da un chilogrammo è 9,8 newton...? Aspetta, forse ho capito. L'abbiamo già visto... $F = ma$. E l'accelerazione dovuta alla gravità è 9,8 m/s^2.

È un bel po' di peso da sollevare!

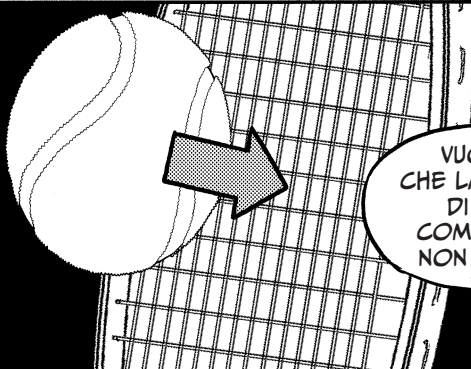
Be', ricorda che la forza di gravità è costante, mentre questa è istantanea.
E poi usi i muscoli in modo molto diverso, in un'altra direzione.

LA CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

VEDIAMOLO FACENDO UN ESEMPIO SEMPLICE.
ECCO UNA MONETA DA 100 YEN E UNA DA 500 YEN.

PER PIACERE, COLPISCI LA MONETA DA 500 YEN CON QUELLA DA 100.
ぐぐぐぐ
BENE... CI PROVO.

VAI!
CLINK
FLICK
LA MONETA DA 500 YEN SI È SPOSTATA IN AVANTI, MENTRE LA VELOCITÀ DI QUELLA DA 100 YEN HA INVERTITO LA DIREZIONE.

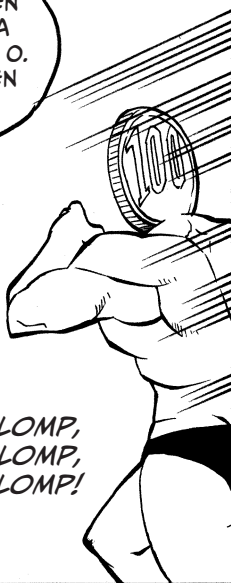
SUCCEDE PERCHÉ LA MONETA DA 100 YEN HA PERSO QUANTITÀ DI MOTO QUANDO HA COLPITO L'ALTRA, GIUSTO?

FORZA DALLA MONETA DA 100 YEN A QUELLA DA 500 YEN.

FORZA DALLA MONETA DA 500 YEN A QUELLA DA 100 YEN.

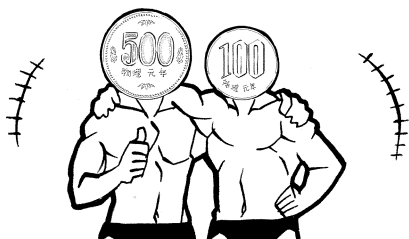
QUANDO UN OGGETTO NE COLPISCE UN ALTRO, SAPPIAMO CHE LE DUE FORZE IN GIOCO DEVONO ESSERE UGUALI E IN DIREZIONI OPPOSTE.

È IL TERZO PRINCIPIO DELLA DINAMICA, QUELLO DI AZIONE E REAZIONE.

AH, ANCORA NEWTON!

QUANDO LA MONETA DA 500 YEN ERA IMMOBILE, LA SUA QUANTITÀ DI MOTO ERA 0. POI QUELLA DA 100 YEN LE È VENUTA ADDOSSO...
CLOMP, CLOMP, CLOMP!

UNA VOLTA APPLICATA UNA FORZA, È CAMBIATA LA QUANTITÀ DI MOTO DI ENTRAMBE.
BUMP!
ドーン
NON È UNA BELLA IMMAGINE, MA HO CAPITO IL SENSO.

QUINDI LA SOMMA DELLE QUANTITÀ DI MOTO DELLE DUE MONETE DOPO L'IMPATTO È UGUALE A QUELLA CHE ALL'INIZIO AVEVA LA MONETA DA 100 YEN.
ESATTO!

QUESTA SI CHIAMA *LEGGE DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO*.
AH! AH! AH!

CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO? E CHE VUOL DIRE?
IN FISICA, QUANDO UNA GRANDEZZA NON CAMBIA NEL TEMPO, SI DICE CHE C'È UNA *CONSERVAZIONE*.

BENE, PRENDIAMO LA REGOLA CHE DICE CHE LA QUANTITÀ DI MOTO SI CONSERVA.
PRIMA, LEGGILA AD ALTA VOCE.
Variazione della quantità di moto della moneta da 100 yen
= Quantità di moto dopo la collisione – quantità di moto iniziale
Questo, a sua volta, deve controbilanciare:
Variazione della quantità di moto della moneta da 500 yen
= Quantità di moto dopo la collisione – quantità di moto iniziale
MM-HMM.
DATO CHE LA SOMMA DELLE VARIAZIONI DEVE ESSERE UGUALE A ZERO, VALE QUANTO SEGUE:
100
100
$\Delta p_{100} + \Delta p_{500} = 0$
$(m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1) + (M\vec{V}_2 - M\vec{V}_1) = 0$
500
500
CAPISCO.
RISCRIVIAMO ANCORA IN UN ALTRO MODO, E OTTENIAMO
500
100
$m\vec{v}_1 + M\vec{V}_1 = m\vec{v}_2 + M\vec{V}_2$
Quantità di moto iniziale = Quantità di moto finale
500
100
SCRITTO A PAROLE CONFONDE UN PO'.

PONIAMO CHE LA MASSA DELLA MONETA DA 100 YEN SIA m E QUELLA DELLA MONETA DA 500 YEN SIA M. INDICHIAMO LA VELOCITÀ DELLA PRIMA MONETA CON Xv E QUELLA DELLA SECONDA CON V.

COME PRIMA, INDICHEREMO LE VELOCITÀ INIZIALI E FINALI CON v_1 E v_2 E V_1 E V_2, RISPETTIVAMENTE.

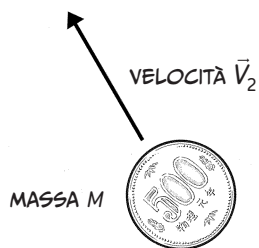
VELOCITÀ $\vec{V}_2$

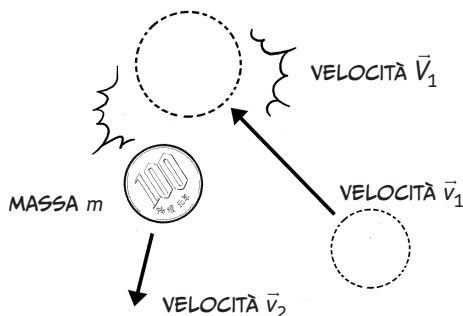
MASSA M

VELOCITÀ $\vec{V}_1$

MASSA m

VELOCITÀ $\vec{v}_1$

VELOCITÀ $\vec{v}_2$

OTTENIAMO UN'ESPRESSIONE COSÌ:

$$m\vec{v}_1 + M\vec{V}_1 = m\vec{v}_2 + M\vec{V}_2$$

INOLTRE SAPPIAMO CHE $V_1 = 0$, PERCHÉ LA MONETA DA 500 YEN ERA IMMOBILE, E QUINDI POSSIAMO SEMPLIFICARE ULTERIORMENTE L'UGUAGLIANZA COSÌ:

$$m\vec{v}_1 = m\vec{v}_2 + M\vec{V}_2$$

LABORATORIO

GLI ASTRONAUTI E LA CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

Per vedere un altro esempio della conservazione della quantità di moto, pensiamo a quello che succede nello spazio.

Cos'è, una storia di fantascienza?

Ninomiya-san, immagina di essere un'astronauta. Mentre fai una riparazione fuori dal tuo veicolo spaziale, il cavo di sicurezza si stacca e tu cominci a fluttuare via dalla navetta. Hai in mano solo la chiave che stavi usando per la riparazione. Come fai a tornare indietro verso la navetta?

Magari nuotando.

Oh... Ah ah ah, è impossibile "nuotare" nel vuoto. Ricorda il primo principio della dinamica: un oggetto immobile rimane tale se non gli si applica una forza. Per quanto tu muova energicamente braccia e gambe, non hai niente contro cui spingerti. Ruoteresti attorno al tuo centro di gravità dimenando gli arti.

Oh no! Si mette veramente male!

Non ti disperare! Ti può salvare la tua conoscenza della fisica. Hai la chiave, ricordi? Lanciala nella direzione opposta a quella in cui si trova la navetta. Grazie alla conservazione della quantità di moto, ti sposterai.

Davvero? Ce la farò?

Per verificare che funziona, immaginiamo che tu sia immobile nello spazio. Chiamiamo m la massa della chiave e supponiamo che la scagli via da te a velocità v. La tua massa e la tua velocità dopo il lancio sono M e V.

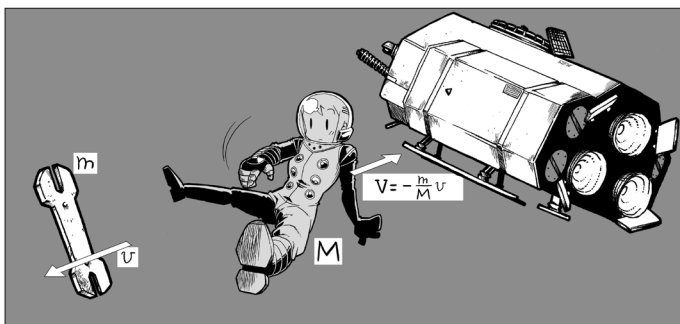
Dato che all'inizio la mia quantità di moto è nulla, anche la somma delle due quantità di moto, dopo, dev'essere zero, no?

Precisamente! Data la legge di conservazione della quantità di moto, la somma delle quantità di moto dei due oggetti sarà zero. Se lo scriviamo in una formula, otteniamo:

$$mv + MV = 0$$

Per trovare V, cioè la velocità con cui torni verso la navetta, riscriviamola così:

$$V = -\frac{m}{M} \times v$$

Questo valore è negativo perché indica che il tuo movimento è in direzione opposta a quella della chiave.

Vedi perché ti conviene tirare la chiave più forte possibile? Maggiore è v e maggiore è anche V.

Già, ha senso.

Assegniamo dei valori numerici e proviamo a prevedere come vanno le cose. Diciamo che la chiave ha una massa di 1 kg e che tu, con addosso la pesante tuta spaziale, hai una massa di 60 kg. Assumendo che la chiave venga scagliata a una velocità di 30 m/h, otteniamo:

$$V = -\frac{1\ \text{kg}}{60\ \text{kg}} \times 30\ \text{km/h} = -0{,}5\ \text{km/h}$$

Ecco quindi la velocità con cui torni all'astronave.

Diciamo che ho un'intera cassetta di attrezzi. Se li lancio uno dopo l'altro, vado più veloce?

È un'ottima idea. Sì, in questo modo andresti via via più veloce. Anzi, in sostanza è proprio il modo in cui si muove un razzo: i gas di scarico che espelle dal fondo sono l'equivalente di un oggetto lanciato via.

Accipicchia, non l'avevo mai pensata così.

Un razzo può continuare ad accelerare emettendo in continuazione gas. Finché brucia carburante per alimentare i gas, il razzo accelera. Quando smette, la sua velocità diventa costante.

L'IMPULSO NELLA VITA DI TUTTI I GIORNI

LA VARIAZIONE DELLA TUA QUANTITÀ DI MOTO È FISSA: NON PUOI CAMBIARLA. PUOI PERÒ RIDURRE LA FORZA DEL SUOLO SUL TUO CORPO.

DAVVERO? E COME FACCIO?

FAI IN MODO CHE IL TEMPO IN CUI RICEVI LA FORZA DAL SUOLO SIA PIÙ LUNGO POSSIBILE.
TIME
SEMBRA ABBASTANZA SEMPLICE.

APPLICANDO IL PRINCIPIO PER CUI Δp = IMPULSO, OTTENIAMO CHE LA VARIAZIONE
DELLA QUANTITÀ DI MOTO ($m \times \Delta v$) È UGUALE ALLA FORZA PER IL TEMPO. IN QUESTO CASO IL TEMPO È QUELLO DURANTE IL QUALE RICEVI LA FORZA.

POSSIAMO RISCRIVERE LA FORMULA COME: $F = \frac{m \times \Delta v}{t}$
QUINDI PIÙ È GRANDE t E PIÙ È PICCOLA LA F CHE RICEVI.
HO CAPITO!

PENSA ALL'ORA DI EDUCAZIONE FISICA. QUANDO FATE SALTO IN ALTO USATE I MATERASSI MORBIDI PER CADERCI SOPRA, NO?

SENZA, NON OSERESTI SALTARE COSÌ IN ALTO.

SUPPONIAMO CHE IL TEMPO NEL CORSO DEL QUALE RICEVI UNA FORZA CHE TI FERMA AUMENTI DA 0,1 A 1 SECONDO, GRAZIE AL MATERASSO.

HAI STABILITO UN NUOVO RECORD!

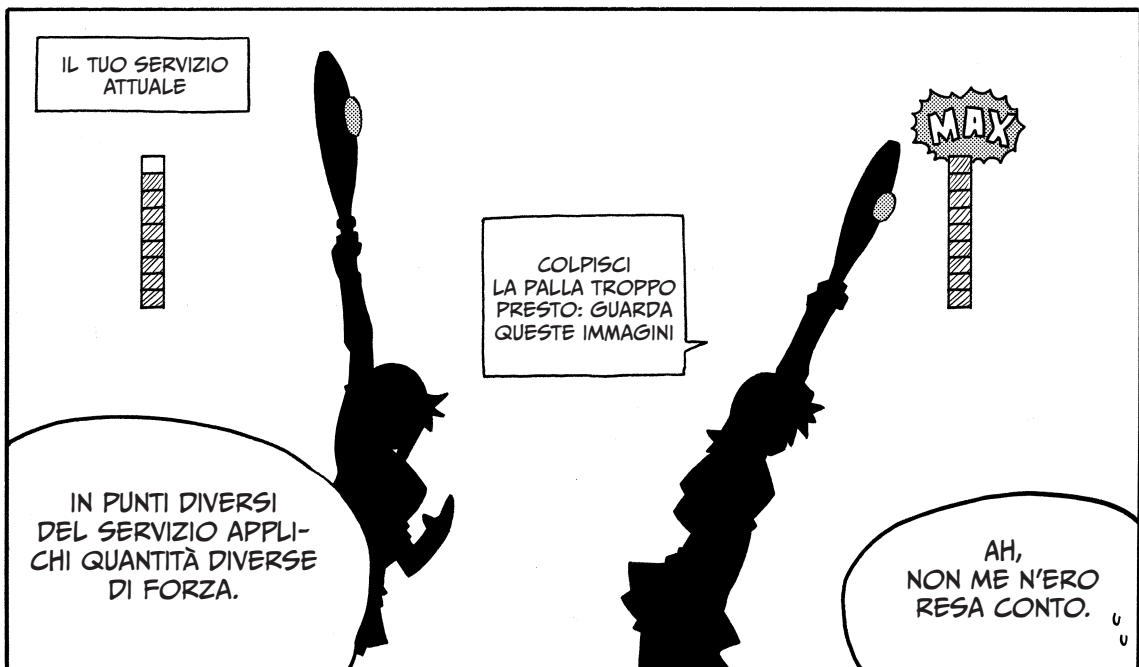
GRAZIE A QUESTA PICCOLA DIFFERENZA, LA NUOVA FORZA È APPENA UN DECIMO DI QUELLA INIZIALE.

CERTO!
PENSANDO A QUANTO È IMPORTANTE LA VARIAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO DELLA PALLA, VOGLIO SCOPRIRE UN MODO MIGLIORE PER BATTERE IL SERVIZIO!
ECCOLA!
IL SERVIZIO LETALE DI MEGUMI NINOMIYA POTREBBE ABBATTERE UN ELEFANTE!
GRRRR
ゴオオ
VUOI DAVVERO SERVIRE COSÌ?

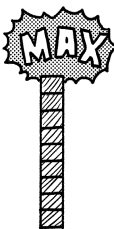
BE', IN TAL CASO PARLIAMO DELLA TUA PARTITA CON SAYAKA. MI SEMBRA CHE ABBIATE UGUALE ABILITÀ E ANCHE UGUALE FORZA FISICA.
MA KODA-SAN, QUANDO SERVE, USA LA SPINTA DI TUTTO IL CORPO. IL SUO SERVIZIO È MOLTO PIÙ POTENTE DEL TUO.

VUOI DIRE CHE NON SONO BRAVA QUANTO SAYAKA?
DICO SOLO CHE È UN ASPETTO DA MIGLIORARE. OUCH!

D'ACCORDO. ESAMINIAMO IL MIO SERVIZIO DAL PUNTO DI VISTA DELLA MECCANICA.
BUONA IDEA.
PUFF
PUFF
PUFF

ALLORA, SAPPIAMO CHE LA VARIAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO È UGUALE ALLA FORZA MOLTIPLICATA PER IL TEMPO, E QUINDI UN'IDEA PER MIGLIORARE IL TUO SERVIZIO...
È QUELLA DI APPLICARE UNA FORZA ALLA PALLA PER IL TEMPO PIÙ LUNGO POSSIBILE.
CI DICONO SEMPRE DI COLPIRE LA PALLA CON TUTTA L'ENERGIA CHE ABBIAMO!

IL TUO SERVIZIO ATTUALE

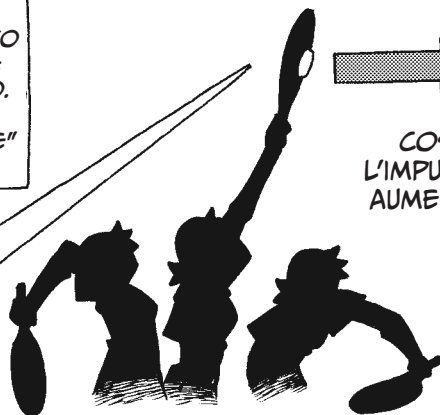
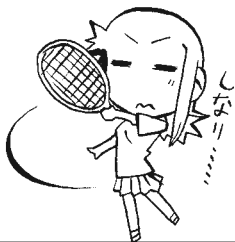
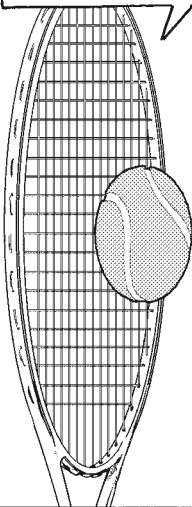
MAX

COLPISCI LA PALLA TROPPO PRESTO: GUARDA QUESTE IMMAGINI

IN PUNTI DIVERSI DEL SERVIZIO APPLICHI QUANTITÀ DIVERSE DI FORZA.

AH, NON ME N'ERO RESA CONTO.

COSÌ L'IMPULSO AUMENTA!

COLPISCI LA PALLA COME IN UNO SMASH ALTO E CERCA DI ESTENDERE LA DURATA DELL'IMPATTO. È PER QUESTO CHE SI DICE DI "ACCOMPAGNARE" I COLPI.

ANCHE ASPETTARE UN ATTIMO IN PIÙ PRIMA DI COLPIRE LA PALLA AIUTA MOLTO.

OVVIAMENTE IL TENNIS È UN GIOCO COMPLICATO, E NON POSSIAMO DESCRIVERE TUTTO IN MODO COSÌ SEMPLICE...

PERSONALMENTE, NON CREDO DI AVERE LA COORDINAZIONE NECESSARIA. MA PENSO CHE TU CE L'ABBIA, NINOMIYA-SAN...

MI FA PIACERE SENTIRTELO DIRE! GRAZIE... RYOTA!

RYO... COSA? TU... CHE SUCCEDE, COSÌ ALL'IMPROVVISO?

VUOI QUALCOSA DA ME? DI NUOVO......!!!

SI ALLONTANA POCO A POCO

NO, NO, NIENTE AFFATTO!

NON TI SEMBRA CHE ORMAI POSSIAMO CHIAMARCI PER NOME?

È TROPPO, PER ME.

PUOI CHIAMARMI MEGUMI, SAI.

DAI! NON ESSERE COSÌ RIGIDO.

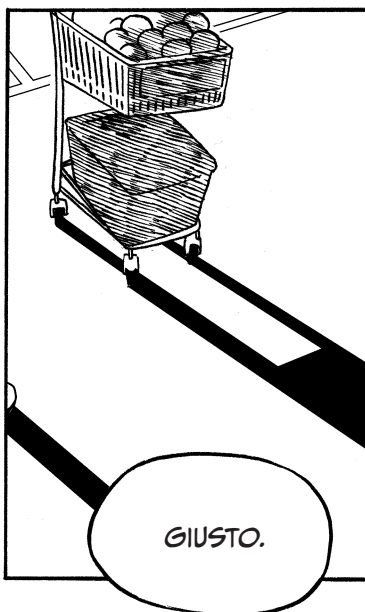
E ALLORA CHIAMAMI SEMPLICEMENTE MEGU. È IL MIO SOPRANNOME, VA BENE?

FORZA, RYOTA, PER PIACERE.
UHHHHHM...

INSOM-MA...
AHEM
LA PROSSIMA VOLTA CONCLUDEREMO I FONDAMENTI DELLA MECCANICA.
SPERO CHE TERRAI DURO!
CERTO CHE SÌ.

...COSÌ LA PROSSIMA LEZIONE SARÀ L'ULTIMA.

GIUSTO.

QUANTITÀ DI MOTO E IMPULSO

La *quantità di moto* è una grandezza che rappresenta l'entità e l'orientamento del moto di un oggetto. Se un oggetto di massa m e velocità $\vec{v}$ ha quantità di moto $\vec{p}$, la relazione tra queste grandezze si può scrivere così:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Dato che la velocità è un vettore, lo è anche la quantità di moto, che per un oggetto avrà la stessa direzione della velocità.

Come abbiamo detto nel Capitolo 2, un oggetto in moto non ha una forza al suo interno, ma ha una quantità di moto. Questa varia via via che vengono esercitate delle forze; una variazione della quantità di moto è detta *impulso*. Troviamo quindi la relazione fra la quantità di moto e l'impulso, partendo dal secondo principio della dinamica.

Pensiamo a una palla di massa m che colpisce una racchetta e chiamiamo $\vec{v}_1$ la velocità della palla prima dell'urto e $\vec{v}_2$ la velocità dopo l'urto. Chiamiamo inoltre $\vec{F}$ la forza esercitata dalla palla sulla racchetta.

Dato il secondo principio della dinamica,

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

la palla riceve l'accelerazione $\vec{a}$. In generale, la forza $\vec{F}$ non è costante, ma qui supporremo che sia costante e abbia come valore la sua media (vedi pagina 118). Se assumiamo che $\vec{F}$ sia costante, allora lo è anche l'accelerazione $\vec{a}$. Se indichiamo con t la durata del tempo per cui la palla riceve una forza dalla racchetta, l'accelerazione $\vec{a}$ si può esprimere come segue:

$$\vec{a} = \frac{(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{t}$$

Possiamo inserire questo valore di $\vec{a}$ nel secondo principio:

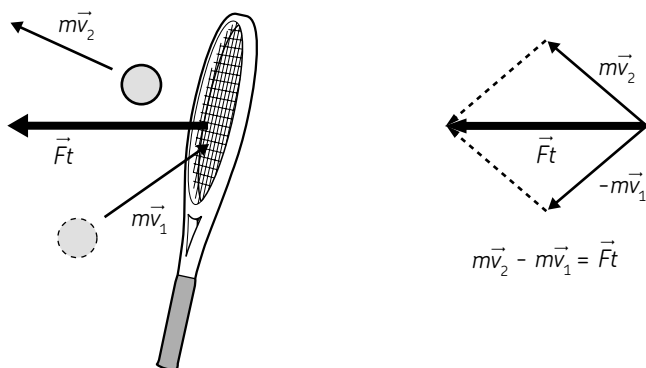
$$\vec{F} = m \times \frac{(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{t}$$

Se moltiplichiamo entrambi i membri per t, otteniamo:

$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}t$$

L'espressione $m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$ rappresenta la variazione di quantità di moto dell'oggetto. Se indichiamo con $\vec{F}t$ l'impulso, vale la seguente relazione:

variazione di quantità di moto = impulso

Osserviamo che la quantità di moto $m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$ e l'impulso $\vec{F}t$ seguono la regola per comporre i vettori, come mostra questa figura.

Dal modo in cui abbiamo ricavato questa uguaglianza, vediamo che l'espressione della relazione fra la quantità di moto e l'impulso è un'applicazione del secondo principio della dinamica in una situazione in cui la forza è costante. Quando a pagina 115 ho detto che l'espressione dell'impulso "non è altro che un diverso modo di scrivere il secondo principio della dinamica", intendevo proprio questo.

L'IMPULSO E LA QUANTITÀ DI MOTO NELLA VITA QUOTIDIANA

Come abbiamo visto a pagina 129, la relazione fra la variazione di quantità di moto e l'impulso è utile quando vogliamo capire come ridurre l'impatto di una collisione.

Per minimizzare la forza esercitata su un oggetto mentre esso è in moto fino al momento in cui si ferma, dobbiamo massimizzare la durata della collisione, per via della seguente relazione:

variazione della quantità di moto = forza esercitata × durata dell'applicazione della forza

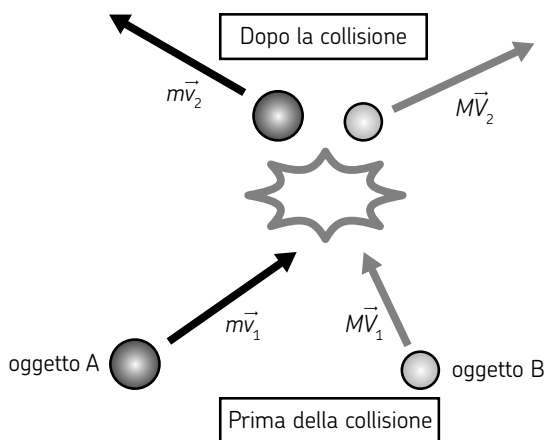
Immaginiamo di saltare giù da un punto alto; subito prima di toccare terra la nostra velocità sia v. Una volta atterrati e immobili, la variazione della nostra quantità di moto è mv. (Come lo sappiamo? Be', quando siamo immobili non abbiamo alcuna quantità di moto, dato che la velocità è nulla: $m \times 0 = 0$.) Questa variazione di quantità di moto è generata dalla forza esercitata dal terreno e il nostro corpo deve sostenere l'impatto che riceve in questo modo. Se chiamiamo F questa forza e t il periodo di tempo nel corso del quale subiamo la forza, vale la seguente espressione:

$$mv = Ft$$

Se mv è costante, F diminuisce via via che t aumenta. Per esempio, i materassi che si usano per il salto in alto sono strumenti per estendere il periodo di tempo t che passa da quando inizia il contatto del corpo con il materasso a quando la quantità di moto mv arriva a zero. Mentre il corpo sprofonda nel materasso, il saltatore continua a ricevere la forza F. Visto che Ft è costante, maggiore è il tempo t e minore è la forza F.

Nella vita quotidiana possiamo trovare ovunque esempi del fatto che una variazione nella quantità di moto è uguale all'impulso. Quando agguantiamo una palla che ci è stata

lanciata addosso, istintivamente la accompagniamo con la mano. Di fatto cerchiamo di ridurre la forza aumentando la durata del tempo fra il momento del contatto tra palla e mano e il momento in cui la palla si ferma. Analogamente, i guanti usati nel baseball o i guantoni da pugilato aumentano la durata dell'impatto e riducono la forza. L'*ukemi* (la tecnica, nel judo, per reagire agli attacchi cadendo in modo strategico), le zone di deformazione delle automobili moderne e gli airbag sono tutti pensati per ridurre l'impatto della forza che accompagna una variazione di quantità di moto, estendendo la durata della collisione. Anche le corde di sicurezza usate nelle scalate sono progettate per deformarsi quando uno scalatore cade, in modo che la durata della collisione aumenti. Così si evita anche che l'addome dello scalatore sia sottoposto a una forza improvvisa. Sarebbe molto pericoloso usare una corda che non si deforma al posto di quelle speciali per le arrampicate.

RICAVIAMO LA LEGGE DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

Supponiamo che, come in questa figura, gli oggetti A e B collidano senza che intervengano forze esterne e senza che nell'impatto si dissipi alcuna quantità di moto.

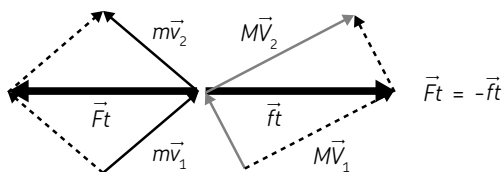
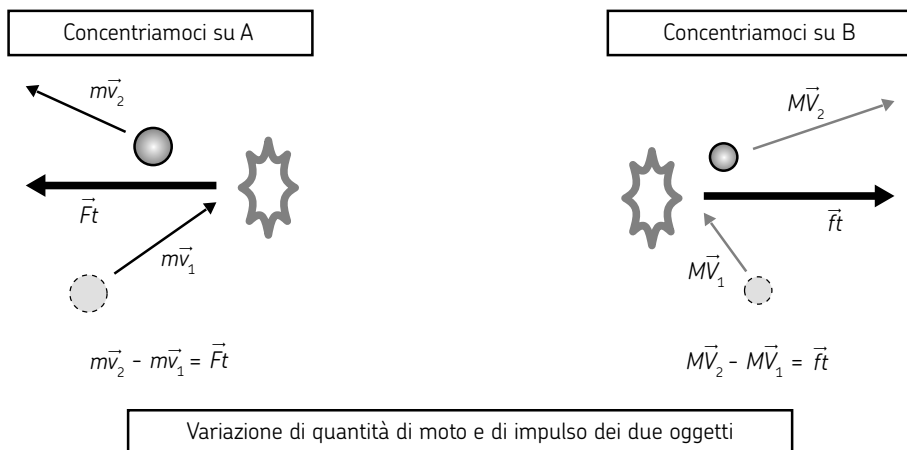
Concentriamoci prima sull'oggetto A (quello a sinistra nella figura). Chiamiamo m la massa dell'oggetto A e $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ la sua velocità prima e dopo l'urto. Indichiamo con $\vec{F}$ la forza che l'oggetto A riceve dall'oggetto B. L'espressione che mostra che la variazione di quantità di moto è uguale all'impulso si può quindi scrivere come segue:

$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}t$$

Qui t rappresenta la durata dell'urto tra A e B, e approssimiamo la forza con un valore costante. Scriviamo un'analoga espressione per l'oggetto B (quello sulla destra nella figura), di nuovo sapendo che la variazione di quantità di moto è uguale all'impulso. Chiamiamo M la massa di B, $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$ la velocità prima e dopo la collisione e $\vec{f}$ la forza che l'oggetto B riceve dall'oggetto A:

$$M\vec{V}_2 - M\vec{V}_1 = \vec{f}t$$

Osserviamo che la durata della collisione è uguale per entrambi gli oggetti: così deve essere, perché l'oggetto A non può toccare B senza che B tocchi A. Ma non sono uguali anche le due forze? Sì, è semplicemente il principio di azione e reazione: $-\vec{f} = \vec{F}$!

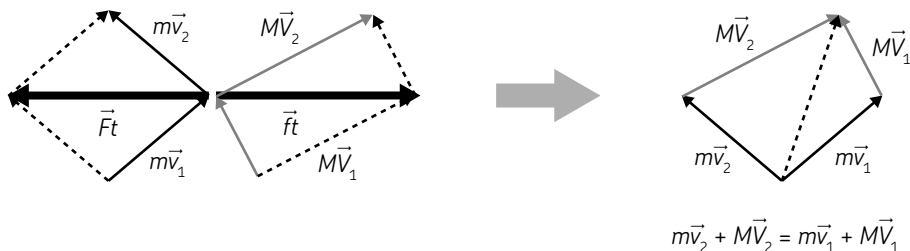
Variazione di quantità di moto e di impulso dei due oggetti

Se inseriamo le due precedenti espressioni che esprimono la relazione tra la variazione di quantità di moto e l'impulso nell'ultima uguaglianza otteniamo:

$$M\vec{V}_2 - M\vec{V}_1 = -(m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1)$$

che è equivalente a:

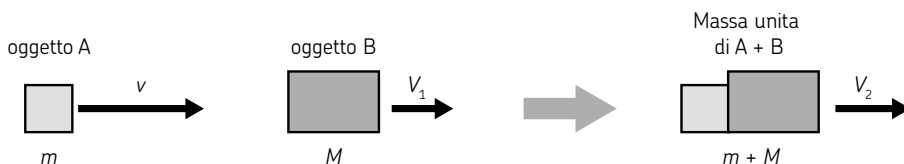
$$m\vec{v}_2 + M\vec{V}_2 = m\vec{v}_1 + M\vec{V}_1$$

La quantità di moto complessiva precedente all'impatto deve essere uguale a quella successiva: è la legge di conservazione della quantità di moto che abbiamo visto a pagina 125*.

* Nel caso di una collisione fra oggetti che si muovono sulla stessa linea retta, possiamo omettere i segni di vettore.

Queste uguaglianze si possono rappresentare in forma vettoriale, come nella parte sinistra della figura che precede. Possiamo disporre diversamente i vettori, come a destra, per mostrare il nesso fra il principio di azione e reazione e la variazione di quantità di moto e di impulso per i due oggetti.

Urti elastici e anelastici

È importante osservare che i problemi che riguardano gli urti non sempre si possono risolvere usando solo la legge di conservazione della quantità di moto. Nella vita vera dobbiamo considerare anche la dissipazione di energia cinetica e altri fattori. Dell'energia cinetica parleremo nel prossimo capitolo.

Possiamo però facilmente applicare la legge di conservazione della quantità di moto in due situazioni ideali: un urto perfettamente *elastico* e uno perfettamente *anelastico*. L'esempio visto sopra era del primo caso: due oggetti che si muovono separatamente dopo la collisione, senza aver perso energia. Pensiamo a due palline "rimbalzine" di gomma che si colpiscono; nella vita vera, le collisioni fra atomi si ritengono elastiche. Vediamo invece ora un esempio di collisione anelastica, in cui gli oggetti che collidono si uniscono a formare un unico oggetto che prosegue il movimento dopo l'impatto. Pensiamo a un placcaggio nel football americano in cui, dopo essere venuti a contatto, i due giocatori si muovono come un corpo solo.

In questo esempio assumiamo che l'oggetto A con massa m e velocità v si unisca all'oggetto B con massa M e velocità V_1. Dopo l'unione otteniamo la seguente uguaglianza:

$$p = (m + M)V_2$$

I due oggetti, una volta uniti, hanno la velocità V_2. Applicando la legge di conservazione della quantità di moto, otteniamo la seguente uguaglianza:

$$mv + MV_1 = (m + M)V_2$$

Quindi la velocità dopo che gli oggetti si sono uniti è data da:

$$\frac{mv + MV_1}{m + M} = V_2$$

UNITÀ DI MISURA DELLA QUANTITÀ DI MOTO

Ragioniamo sull'unità di misura da usare per la quantità di moto. Ricordiamo che la forza si misura in newton (N); per la quantità di moto, invece, non si usa un'unità apposita. Dall'uguaglianza quantità di moto = massa × velocità, possiamo però trovare che:

unità di misura della quantità di moto = unità della massa × unità della velocità = (kg) × (m/s) = (kg × m/s)

Possiamo anche usare il fatto che la variazione di quantità di moto è uguale all'impulso per determinare l'unità di misura della quantità di moto, che sarà quindi la stessa dell'impulso. Quindi dev'essere vera anche questa espressione:

unità di misura della quantità di moto = unità dell'impulso = unità della forza × unità del tempo = (N) × (s) = (N × s)

Sembra diversa dall'altra unità che abbiamo appena calcolato, kg × m/s. Però, ricordando che N = kg × m/s^2, troviamo:

(kg × m/s^2) × (s) = (kg × m/s)

Perciò le due unità sono identiche. Abbiamo quindi appreso che l'unità di misura della quantità di moto è kg × m/s, cioè N × s.

LA LEGGE DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO PER I VETTORI

Dato che la quantità di moto è una grandezza vettoriale, nella sua legge di conservazione ne dobbiamo considerare anche la direzione. In altre parole, quando si conserva la quantità di moto dobbiamo conservarne sia la direzione che il modulo. Quindi, quando varia (come nell'esempio della collisione fra monete a pagina 121), dobbiamo calcolare questa variazione scomponendo la quantità di moto nelle sue componenti orizzontale e vettoriale.

Immaginiamo un urto perfettamente elastico in cui l'oggetto A collide con l'oggetto immobile B, come mostrato nella prossima figura.

Indichiamo con *m* la massa dell'oggetto A, con $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ la sua velocità prima e dopo l'urto, con M la massa dell'oggetto B e con $\vec{V}$ la sua velocità dopo l'urto. Prendiamo come asse delle x la direzione del vettore che rappresenta la velocità dell'oggetto A prima dell'urto e chiamiamo θ e φ gli angoli lungo cui si muovono, rispettivamente, l'oggetto A e l'oggetto B dopo la collisione; usiamo infine le notazioni $v_1 = |\vec{v}_1|$, $v_2 = |\vec{v}_2|$, $V = |\vec{V}|$.

Scomponiamo quindi le velocità nelle loro componenti, nella forma $\vec{v} = (v_x, v_y)$:

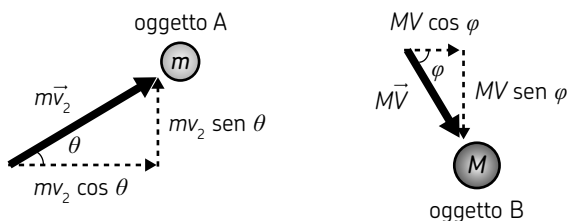
$$\vec{v}_1 = (v_1, 0), \vec{v}_2 = (v_2 \cos\theta, v_2 \operatorname{sen}\theta), \ \vec{V} = (V\cos\varphi, -V \operatorname{sen}\varphi)$$

A questo punto teniamo presente che la legge di conservazione della quantità di moto deve valere sia per la direzione *x* che per la direzione *y*. Inizialmente l'oggetto A ha una quantità di moto nulla nella direzione *y*, e quindi deve valere quanto segue:

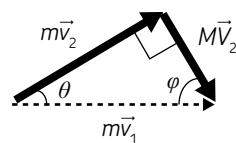
Per la direzione *x*: $mv_1 = mv_2 \cos\theta + MV\cos\varphi$

Per la direzione *y*: $0 = mv_2 \operatorname{sen}\theta - MV \operatorname{sen}\varphi$

Quando una moneta da 100 yen collide con una da 500 yen, capita spesso che la prima rimbalzi all'indietro, cosicché $\theta > 90°$ e $\cos\theta < 0$. La figura che segue mostra un esempio in cui $\theta < 90°$.

Vediamo come scomporre la quantità di moto degli oggetti in componenti orizzontale e verticale.

Se disponiamo questi vettori coda contro punta, vediamo esplicitamente quello che già sappiamo: nel sistema si è conservata la quantità di moto.

In altre parole, lungo la direzione *y* le quantità di moto dei due oggetti devono essere l'una l'opposta dell'altra, mentre lungo la direzione *x* la somma deve essere uguale a $m\vec{v}_1$.

Per prevedere le velocità e gli angoli a cui si muoveranno gli oggetti dopo l'urto non ci basta la legge di conservazione della quantità di moto: lo vedremo meglio nel prossimo capitolo.

IL PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE VS LA LEGGE DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

ATTENZIONE: CALCOLO DIFFERENZIALE E INTEGRALE!

Usando il calcolo differenziale e integrale possiamo ricavare la legge di conservazione della quantità di moto. Chiamiamo v e m la velocità e la massa dell'oggetto 1 e V e M quelle dell'oggetto 2. Supponiamo che sugli oggetti non agiscano forze esterne e chiamiamo $\vec{F}_{m\to M}$ la forza esercitata sull'oggetto 2 dall'oggetto 1 e $\vec{F}_{M\to m}$ la forza esercitata sull'oggetto 1 dall'oggetto 2; possiamo applicare il secondo principio della dinamica come segue:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{M\to m} \quad \text{e} \quad M\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}_{m\to M}$$

Inseriamo queste espressioni delle forze nella seguente formula che esprime il principio di azione e reazione:

$$\vec{F}_{M\to m} = -\vec{F}_{m\to M}$$

Otteniamo così:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -M\frac{d\vec{V}}{dt}$$

Dato che la massa è costante, quest'ultima espressione si può riscrivere così:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = -\frac{d(M\vec{V})}{dt}$$

Raccogliendo:

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v} + M\vec{V}) = 0$$

Questa uguaglianza indica che la somma delle quantità di moto degli oggetti 1 e 2 ($m\vec{v} + M\vec{V}$) non varia nel tempo; ne possiamo ricavare la legge di conservazione della quantità di moto:

$$m\vec{v} + M\vec{V} = \text{costante}$$

Il fatto che la derivata è zero indica che la quantità di moto non varia! La legge di conservazione della quantità di moto deriva dal principio di azione e reazione e dal secondo principio della dinamica.

Possiamo usare lo stesso metodo per ricavare la conservazione della quantità di moto per tre o più oggetti.

PROPULSIONE DI UN RAZZO

Nel paragrafo di Laboratorio di pagina 126 abbiamo visto che un astronauta nello spazio si muove nella direzione opposta a quella in cui lancia un oggetto. Questo fenomeno si verifica secondo gli stessi principi che fanno funzionare la propulsione di un razzo.
Un razzo aumenta la propria velocità espellendo gas di scarico ad alta velocità dal motore, e si sposta nella direzione opposta. Vediamo in dettaglio come funziona.

Cominciamo immaginando un razzo fermo nello spazio che lancia un piccolo oggetto di massa m a velocità v. Indichiamo inoltre con M la somma delle masse dell'oggetto piccolo e del razzo, e con V_1 la velocità del razzo dopo questo lancio. Dalla legge di conservazione della quantità di moto (e sapendo che le due velocità sono in versi esattamente opposti) ricaviamo la seguente uguaglianza:

$$0 = (M - m)V_1 - mv$$

$$❶ \quad V_1 = \frac{mv}{M - m}$$

Abbiamo esplicitato la velocità finale del razzo, V_1. Supponiamo adesso che questo razzo lanci un altro oggetto di massa m a una *velocità relativa* (cioè rispetto al razzo) $-v$, nella stessa direzione del lancio precedente. Questa volta chiamiamo V_2 la velocità finale del razzo; osservando che la massa del razzo prima e dopo aver lanciato il secondo oggetto è rispettivamente $M - m$ e $M - 2m$, otteniamo la seguente relazione:

$$(M - m)V_1 = (M - 2m)V_2 + m(V_1 - v)$$

Notiamo che l'oggetto piccolo si muove a una velocità $V_1 - v$ poiché il razzo avanzava a velocità V_1. Dall'ultima formula possiamo ricavare il valore di V_2:

$$❷ \quad V_2 = V_1 + \frac{mv}{M - 2m}$$

Inserendo in questa uguaglianza il valore di V_1 trovato prima, abbiamo:

$$V_2 = \frac{mv}{M - m} + \frac{mv}{M - 2m}$$

$$❸ \quad V_2 = mv\left(\frac{1}{M - m} + \frac{1}{M - 2m}\right)$$

Abbiamo quindi calcolato la velocità del razzo dopo che ha lanciato due piccoli oggetti.

Un vero razzo lancia in continuazione "oggetti piccoli", e quindi ricaviamo un'espressione generale per la velocità del razzo dopo aver lanciato n oggetti;
assumiamo che continui a lanciarne di massa m con velocità relativa v.

V_{n-1} → [$M - (n-1)m$] ⇒ $V_{n-1} - v$ → m ; V_n → [$M - nm$]

Rispetto al razzo che ha velocità V_{n-1}, l'oggetto è lanciato dal retro del razzo con velocità $-v$.

Chiamando V_n la velocità del razzo dopo aver lanciato n oggetti, la legge di conservazione della quantità di moto si esprime così:

$$[M - (n-1)m]\, V_{n-1} = (M - nm)V_n + m(V_{n-1} - v)$$

E quindi V_n è data da:

$$V_n = V_{n-1} + \frac{m}{M - nm}\, v$$

Applicando ripetutamente questa espressione, troviamo:

$$❹ \quad V_n = \left(\frac{1}{M - m} + \ldots + \frac{1}{M - nm}\right) mv = \sum_{k=1}^{n} \frac{m}{M - km}\, v$$

Un vero razzo emette in continuazione gas di scarico dai motori; adeguiamo quindi l'espressione ❹ a questo caso. Assumiamo che il razzo emetta un getto di piccola massa Δm a intervalli Δt di un minuto, a velocità relativa $-v$. Chiamando t il tempo che passa da quando il razzo era immobile all'n-esima emissione del getto, si ha, $t = n\Delta t$. Indicando con $V(t)$ la funzione che descrive la velocità del razzo rispetto al tempo, trasformiamo l'espressione ❹ con le sostituzioni $m \rightarrow \Delta m$ e $V_n = \rightarrow V(t)$ e troviamo:

ATTENZIONE: CALCOLO DIFFERENZIALE E INTEGRALE!

$$❺ \quad V(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{\Delta m}{M - (\Delta m / \Delta t)\,(k\Delta t)}\, v$$

Se suddividiamo l'intervallo Δt in sottointervalli infinitamente piccoli, cioè quando $\Delta t \rightarrow 0$, possiamo trovare la somma usando il calcolo integrale*. Per lavorare con gli integrali, osserviamo le seguenti trasformazioni: n diventa ∞ e $\Delta m / \Delta t$ diventa

* L'espressione $\Delta t \rightarrow 0$ si legge "delta ti che tende a zero".

dm / dt (massa persa nell'unità di tempo, cioè massa emessa sotto forma di gas di scarico). Trasformiamo l'uguaglianza sostituendo: $\Delta m \rightarrow (\mathrm{d}m / \mathrm{d}t)\,\mathrm{d}t$. Otteniamo così la relazione:

$$❻ \quad V(t) = v \int_0^t \frac{1}{M - (\mathrm{d}m / \mathrm{d}t)\,t} \left(\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\right) \mathrm{d}t$$

$$= v \int_0^t \frac{1}{M\,(\mathrm{d}m / \mathrm{d}t)^{-1} - t}\,\mathrm{d}t$$

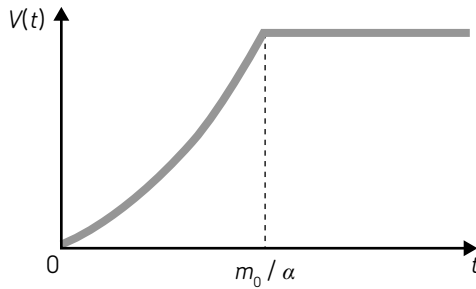
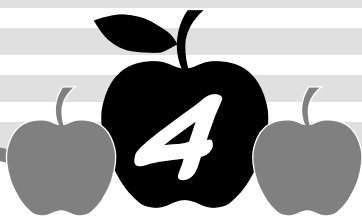
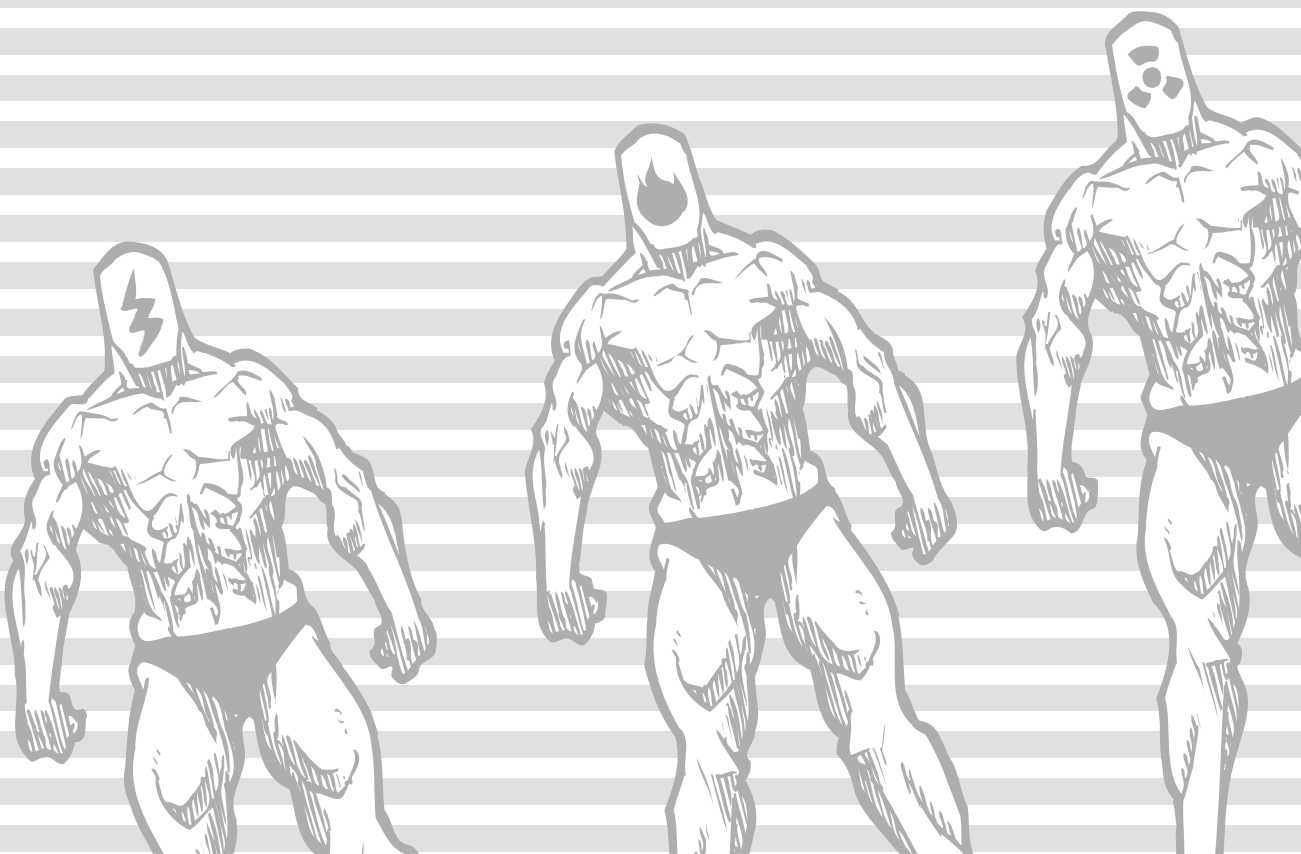
Se l'emissione di gas di scarico è costante nel tempo, si ha che:

$\mathrm{d}m / \mathrm{d}t = \alpha$ (una costante)

Quindi alfa (α) dà una misura di quanta massa viene emessa dal motore per unità di tempo:

$$❼ \quad V(t) = v \int_0^t \frac{1}{(M / \alpha) - t}\,\mathrm{d}t = v\,[-\log_e (M / \alpha - t)]_0^t$$

$$= v \log_e \left(\frac{M}{M - \alpha t}\right)$$

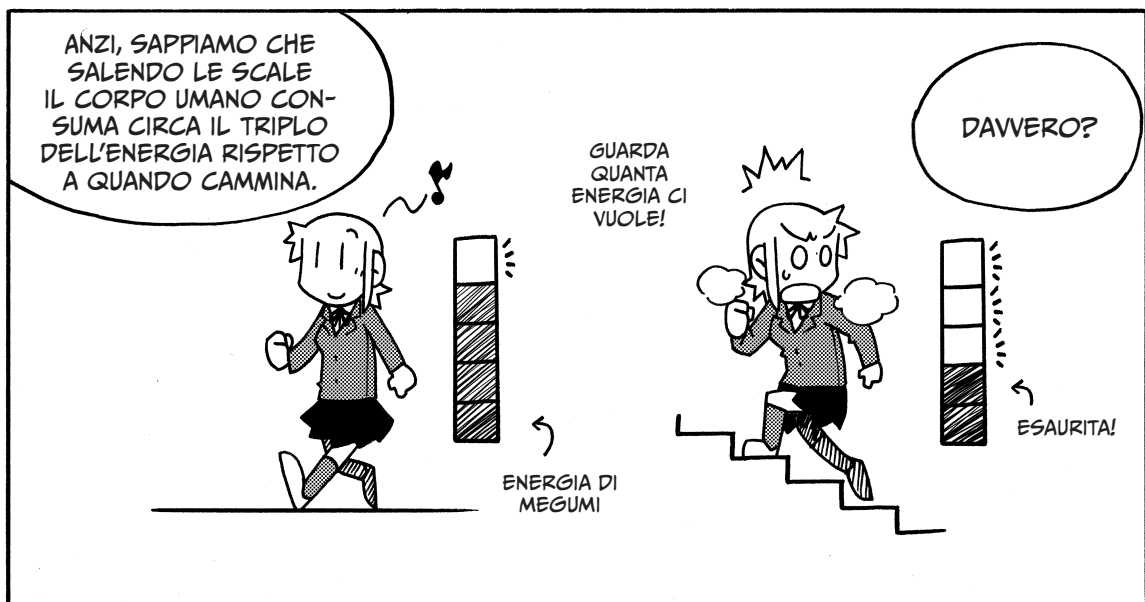
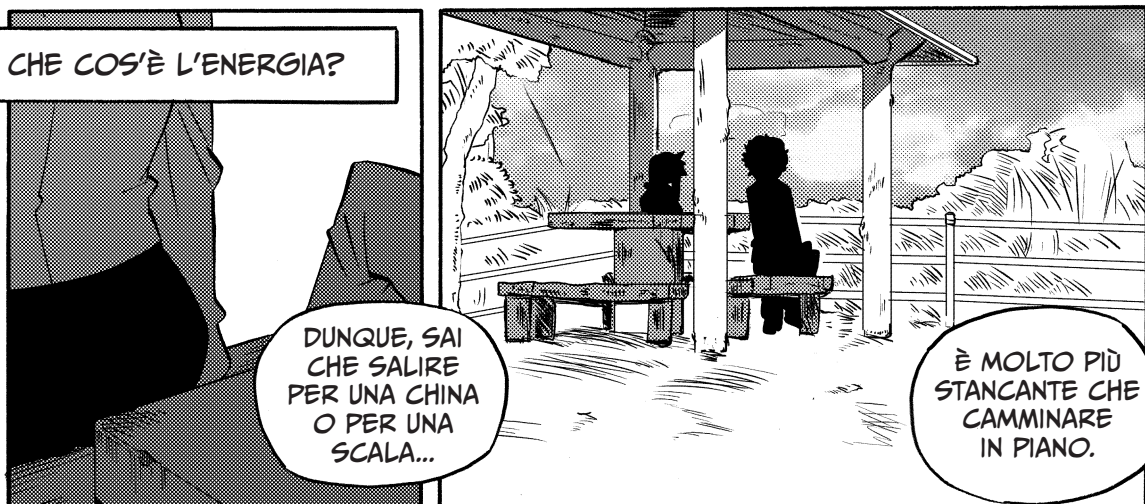
L'espressione ❼ rappresenta la velocità di un razzo con velocità iniziale $V(0) = 0$. Osserviamo che αt è la massa totale dei gas di scarico emessi dal razzo nell'intervallo di tempo t. Quindi, assumendo che la massa totale di carburante trasportata inizialmente dal razzo sia m_0, il razzo consuma tutto il carburante nel tempo t (dove $t = m_0 / \alpha$) dopo di che passa da un moto uniformemente accelerato a uno uniforme (come mostra la figura).

4

ENERGIA

LAVORO ED ENERGIA

...È TRANQUILLO, QUI.
PERFETTO PER LA NOSTRA ULTIMA LEZIONE.
INFATTI.

CHE COS'È L'ENERGIA?
DUNQUE, SAI CHE SALIRE PER UNA CHINA O PER UNA SCALA...
È MOLTO PIÙ STANCANTE CHE CAMMINARE IN PIANO.

ANZI, SAPPIAMO CHE SALENDO LE SCALE IL CORPO UMANO CON-SUMA CIRCA IL TRIPLO DELL'ENERGIA RISPETTO A QUANDO CAMMINA.
DAVVERO?
GUARDA QUANTA ENERGIA CI VUOLE!
ENERGIA DI MEGUMI
ESAURITA!

MA LA PAROLA *ENERGIA* SI VEDE DAPPERTUTTO, NO?

CERTO! AUTO A BASSO CONSUMO DI ENERGIA, ENERGIA SOSTENIBILE, BEVANDE ENERGETICHE!

GLUG
GULP
ORA CHE CI PENSO... HO GIÀ SENTITO PARLARE DI *ENERGIA CINETICA* ED *ENERGIA POTENZIALE*.
AHHH!
UN OGGETTO CHE SI MUOVE CONTIENE UN'ENERGIA CHIAMATA *CINETICA*. RAPPRESENTA L'ENERGIA DEL MOVIMENTO.

SEMBRA SIMILE ALLA QUANTITÀ DI MOTO. MA L'ENERGIA CINETICA DEV'ESSERE UN'ALTRA COSA, NO?
VUOI UNA BIBITA?
ど、どうも…
SÌ, SONO DIVERSE. LA QUANTITÀ DI MOTO DEVE OBBEDIRE ALLA SUA LEGGE DI CONSERVAZIONE, MA ANCHE L'ENERGIA SI CONSERVA.

CIOÈ, ESISTE ANCHE UNA LEGGE CHE DESCRIVE LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA?

SÌ. L'ENERGIA, PERÒ, PUÒ ASSUMERE MOLTE FORME. C'È L'ENERGIA CINETICA,
L'ENERGIA POTENZIALE, L'ENERGIA CHIMICA, L'ENERGIA TERMICA,
L'ENERGIA NUCLEARE E MOLTE ALTRE.
YUCK!
NON TI PIACE?
EHI, TUTTO BENE?

EHM. L'ENERGIA ESISTE IN TANTE FORME DIVERSE,
ED È POSSIBILE TRASFORMARLA DALL'UNA ALL'ALTRA.
QUINDI L'ENERGIA È COME UN MUTAFORMA...

MALGRADO QUESTE FORME SIANO MOLTO DIVERSE, LA QUANTITÀ TOTALE DI ENERGIA RIMANE COSTANTE. È QUESTA LA LEGGE DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA.
LA QUANTITÀ TOTALE DI ENERGIA È SEMPRE LA STESSA

PRENDIAMO UN ESEMPIO DALLA VITA VERA,
COME IL FANALINO DI UNA BICICLETTA.

IL FANALE CONVERTE L'ENERGIA CINETICA DELLA RUOTA CHE GIRA IN ENERGIA ELETTRICA E POI IN ENERGIA LUMINOSA.
AH, ECCO! HO CAPITO!

ANCHE UN'AUTOMOBILE ELETTRICA CONVERTE L'ENERGIA ELETTRICA IN ENERGIA CINETICA.

ENERGIA ELETTRICA

ENERGIA CINETICA

E LE AUTO NORMALI?

UN'AUTO A BENZINA HA UN MOTORE A COMBUSTIONE

CHE CONVERTE L'ENERGIA TERMICA IN ENERGICA CINETICA.

ENERGIA TERMICA

ENERGIA CINETICA

E QUINDI ANCHE NEL NOSTRO CORPO L'ENERGIA CAMBIA FORMA.
WOW!
QUINDI, QUANDO "CONSUMIAMO" ENERGIA...

IN REALTÀ CI LIMITIAMO A FARLE ASSUMERE UNA FORMA DIVERSA.
L'ENERGIA CIRCOLA IN CONTINUAZIONE, MA LA QUANTITÀ TOTALE RIMANE COSTANTE.

MA SMETTIAMO DI ESSERE COSÌ ASTRATTI E PARLIAMO
DELL'ENERGIA POTENZIALE E DELL'ENERGIA CINETICA. SONO DUE TIPI DI *ENERGIA MECCANICA*.
ENERGIA POTENZIALE?

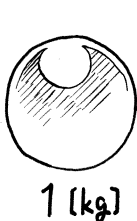
HMM...
DI QUELLA PARLIAMO DOPO.
PARTIAMO DALL'ENERGIA CINETICA.
OKAY!!

L'ENERGIA DI UN OGGETTO IN MOVIMENTO SI PUÒ ESPRIMERE COME SEGUE:

ENERGIA CINETICA = ½ × MASSA × VELOCITÀ × VELOCITÀ

$$KE = \frac{1}{2}mv^2$$

PER ESEMPIO, CONFRONTA LE QUANTITÀ DI MOTO DI UN OGGETTO CON MASSA DI 1 KG E VELOCITÀ DI 1 M/S E...

...DI UN OGGETTO CON MASSA DI 0,5 KG E VELOCITÀ DI 2 M/S: LE QUANTITÀ DI MOTO SONO UGUALI: 1 KG × M/S.

MA, PER QUANTO RIGUARDA L'ENERGIA CINETICA, IL VALORE PER LA PRIMA PALLA È ½ × 1 KG × (1 M/S)^2 = 0,5 J. PER LA SECONDA...

L'ENERGIA È UGUALE A ½ × 0,5 KG × (2 M/S)^2 = 1 J.

UN JOULE È L'ENERGIA NECESSARIA PER SOLLEVARE DI UN METRO IN LINEA RETTA VERSO L'ALTO UN OGGETTO DI 102 G.

102g

L'ENERGIA ESPRESSA IN JOULE SI PUÒ CONVERTIRE IN CHILOWATTORA (PER MISURARE L'ENERGIA ELETTRICA) O IN CALORIE, CHE USIAMO PER IL CIBO.

UNA FETTA DI TORTA DI 50 G HA CIRCA 170 CHILOCALORIE, CIOÈ 710.000 J.

1 J

0,2389 CAL = $2{,}78 \times 10^{-7}$ KWH

DATO CHE SONO TUTTE UNITÀ PER MISURARE L'ENERGIA, LE POSSIAMO CONVERTIRE FACILMENTE L'UNA NELL'ALTRA.

GASP

IL VALORE CALORICO DI UNA FETTA DI TORTA

È... BELLO ALTINO.

COSA?

AH, SÌ, INFATTI.

?

...

LABORATORIO

CHE DIFFERENZA C'È FRA LA QUANTITÀ DI MOTO E L'ENERGIA CINETICA?

La differenza fra la quantità di moto e l'energia cinetica è facile da vedere se consideriamo due o più oggetti insieme.

Ah sì?

Ripensiamo alla situazione in cui eri isolata fuori dalla tua astronave (vedi pagina 126) e usavi la legge di conservazione della quantità di moto per tornare indietro. La tua quantità di moto cambiava grazie alla quantità di moto della chiave che lanciavi in direzione opposta. E, come ricorderai, usiamo l'equazione $p = mv$ per esprimere la relazione tra la quantità di moto, la massa e la velocità.

Certo, mi ricordo.

Prima di lanciare la chiave, entrambi gli oggetti avevano quantità di moto nulla (perché $v = 0$). Dopo averla lanciata, per via della legge di conservazione della quantità di moto, sappiamo che:

la somma delle quantità di moto della chiave e dell'astronauta
$= mv + MV = 0$

Sappiamo quindi che $mv = -MV$. In altre parole, la quantità di moto della chiave (mv) e la tua (MV) hanno lo stesso modulo e direzione opposta. Sommate, devono dare zero.

Dato che la quantità di moto è un vettore, ha un orientamento! Quindi due quantità di moto con lo sesso modulo e direzioni opposte si cancellano a vicenda.

Pensiamo adesso all'energia cinetica della chiave e a quella dell'astronauta. Prima di lanciare la chiave sono entrambe immobili e ognuna delle due ha quantità di moto zero. Dopo il lancio della chiave, la somme delle energie dei due oggetti è *diversa* da zero:

$$EC_{chiave} + EC_{astronauta} = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}MV^2 > 0$$

Ma hai detto che l'energia si conserva sempre!

L'energia cinetica si è generata quando hai lanciato la chiave. Pensa alla legge di conservazione dell'energia: la quantità di energia persa dal tuo corpo dev'essere uguale alla quantità di energia cinetica acquisita dai due oggetti.

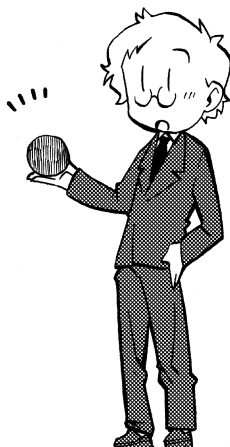
Ah, va bene.

È difficile misurare con precisione l'energia impiegata dal corpo umano, ma è possibile misurare la diminuzione dell'energia corporea vedendo quanta ne è stata trasferita.

Cioè, so che il mio corpo ha perso almeno tanta energia quanta quella guadagnata dagli oggetti che ho lanciato, giusto?

Proprio così. Per adesso ricorda che dobbiamo tenere a mente la differenza fra energia e quantità di moto.

ENERGIA POTENZIALE

SE RYOTA TIENE UN OGGETTO A QUESTA ALTEZZA, VI IMMAGAZZINA DELL'ENERGIA POTENZIALE.

L'OGGETTO NELLA MANO DI RYOTA POSSIEDE ENERGIA POTENZIALE.

QUANDO L'OGGETTO CADE, LA SUA ENERGIA POTENZIALE SI TRASFORMA IN ENERGIA CINETICA.

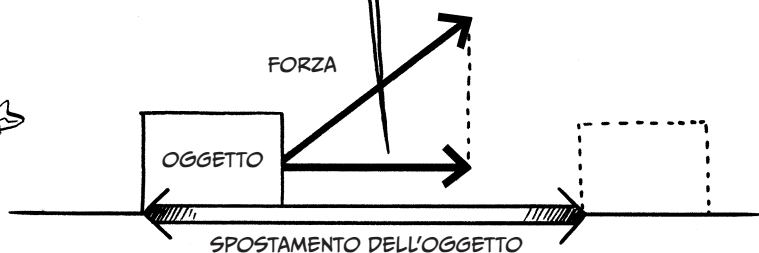
QUANDO È TESO, UN ELASTICO CONTIENE ENERGIA POTENZIALE.

QUANDO LASCIAMO ANDARE LA FIONDA, L'ENERGIA POTENZIALE DELL'ELASTICO SI TRASFORMA IN ENERGIA CINETICA PER IL SASSO.

UN ELASTICO O UNA MOLLA HANNO L'ENERGIA PER RIPORTARSI ALLA LUNGHEZZA ORIGINALE. QUESTO TIPO DI ENERGIA POTENZIALE SI CHIAMA *ENERGIA POTENZIALE ELASTICA*.

DOBBIAMO SOLLEVARE UN OGGETTO O TIRARE L'ESTREMITÀ DI UN ELASTICO PER DARGLI ENERGIA POTENZIALE.
PROPRIO COME QUANDO ESERCITIAMO UNA FORZA SU UN OGGETTO PER CREARE ENERGIA CINETICA.
SPROINNNG!

QUINDI, PER TRASFORMARE L'ENERGIA, DOBBIAMO ESERCITARE UNA FORZA LUNGO UN CERTA DISTANZA.
È QUELLO CHE CHIAMIAMO *LAVORO.*
BE', NON HA NIENTE A CHE FARE CON LA GIACCA E LA CRAVATTA.

INFATTI. IN MECCANICA IL LAVORO SI DEFINISCE COSÌ:
LAVORO = SPOSTAMENTO DI UN OGGETTO × COMPONENTE DELLA FORZA ESERCITATA NELLA STESSA DIREZIONE.
VEDI?
COMPONENTE DELLA FORZA ESERCITATA NELLA DIREZIONE DELLO SPOSTAMENTO
FORZA
OGGETTO
SPOSTAMENTO DELL'OGGETTO

IN SOSTANZA, IL LAVORO È UGUALE ALLA DISTANZA MOLTIPLICATA PER LA FORZA...
SÌ, PIÙ O MENO, MA DOBBIAMO ANCHE CONSIDERARE LA DIREZIONE DELLA FORZA.

QUANDO SOLLEVI UN OGGETTO ESATTAMENTE VERSO L'ALTO, IL LAVORO CHE COMPI È UGUALE ALLA FORZA APPLICATA MOLTIPLICATA PER L'ALTEZZA A CUI PORTI L'OGGETTO.

SE PERÒ TENIAMO FERMO UN OGGETTO SENZA SPOSTARLO, NON COMPIAMO LAVORO NEL SENSO DELLA MECCANICA... ANCHE SE CI STANCHIAMO LO STESSO.

FORZA

COMPI UN LAVORO QUANDO SOLLEVI UNA BORSA.

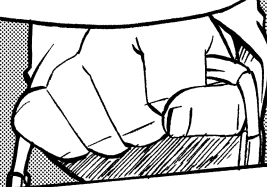
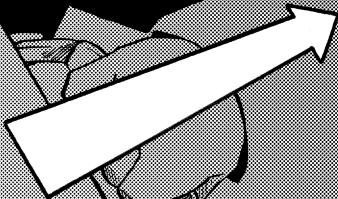
MA TENERE FERMA LA BORSA *NON* È UN LAVORO.

SOLLEVARE

FORZA

TENERE FERMA

LAVORO ED ENERGIA POTENZIALE
QUINDI AUMENTI L'ENERGIA POTENZIALE COMPIENDO LAVORO.
GIÀ: SE COMPI LAVORO PER SOLLEVARE UN OGGETTO, LA SUA ENERGIA POTENZIALE AUMENTA.

PER ESEMPIO, CONSIDERIAMO DI NUOVO QUESTA BORSA.
FORZA DELLA MANO
X
ALTEZZA A CUI VIENE SOLLEVATO L'OGGETTO
QUI È STATO COMPIUTO UN LAVORO.

LA DIREZIONE DELLA FORZA E QUELLA DELLO SPOSTAMENTO DELLA BORSA SONO LE STESSE E QUINDI IL LAVORO HA UN VALORE POSITIVO.
QUINDI L'ENERGIA POTENZIALE È AUMENTATA.

L'ENERGIA POTENZIALE AUMENTA

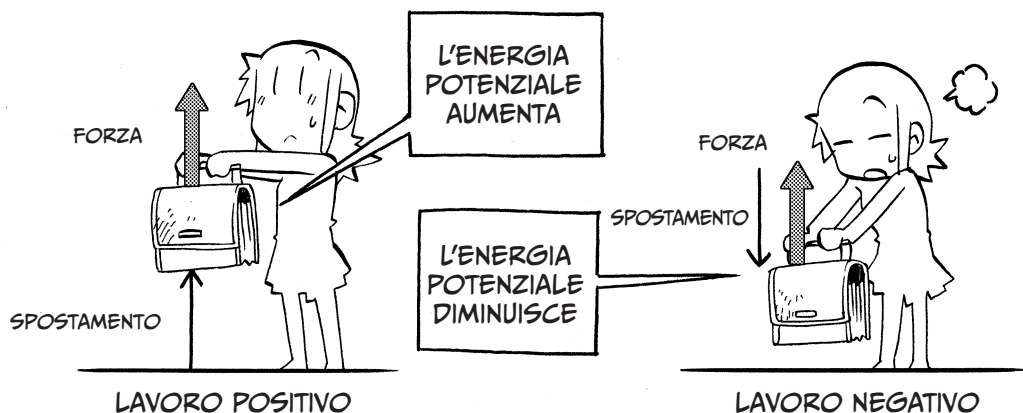
FORZA

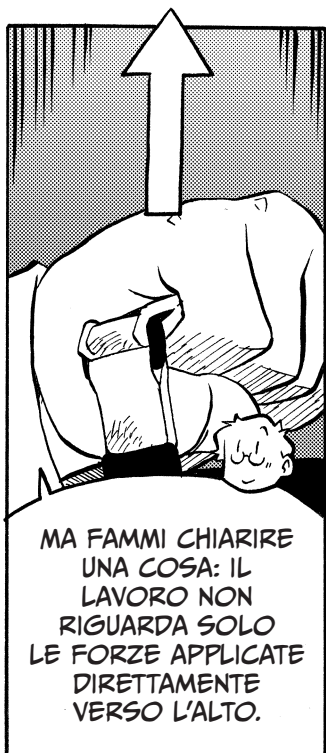
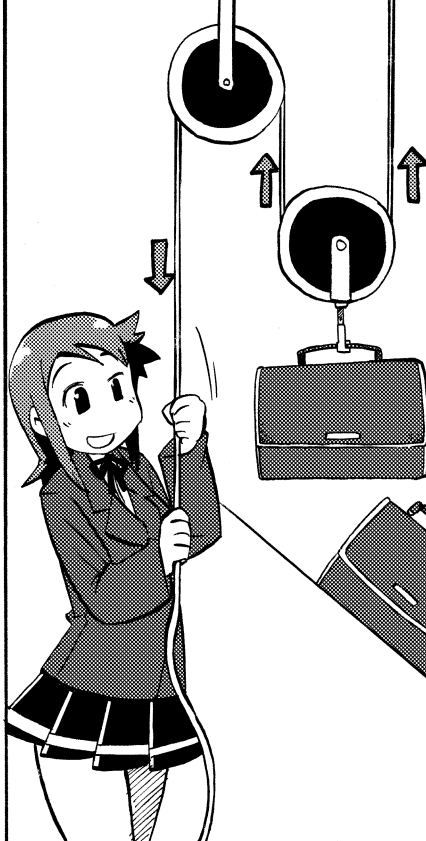
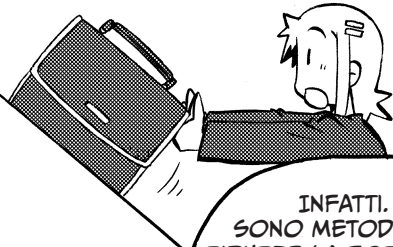
SPOSTAMENTO

LAVORO POSITIVO

FORZA

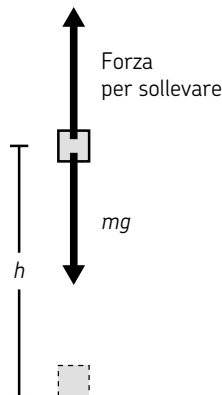
SPOSTAMENTO

L'ENERGIA POTENZIALE DIMINUISCE

LAVORO NEGATIVO

QUANDO DIMINUISCI L'ENERGIA POTENZIALE DELLA BORSA, L'ORIENTAMENTO DELLA FORZA È OPPOSTO A QUELLO DEL MOTO, E QUINDI SULLA BORSA SI COMPIE UN LAVORO NEGATIVO.

MA FAMMI CHIARIRE UNA COSA: IL LAVORO NON RIGUARDA SOLO LE FORZE APPLICATE DIRETTAMENTE VERSO L'ALTO.

VEDIAMO, FAMMI PENSARE... POTREMMO USARE UNA PULEGGIA O UNA RAMPA.

INFATTI. SONO METODI PER RIDURRE LA FORZA CHE DEVI ESERCITARE PER GUADAGNARE ENERGIA POTENZIALE.

Laboratorio

Il lavoro e la conservazione dell'energia

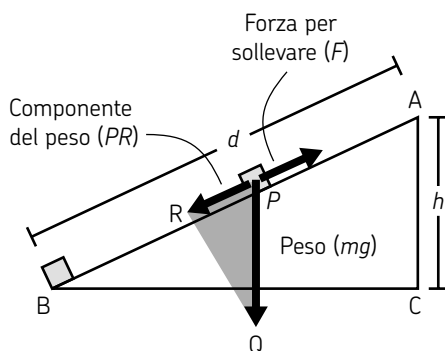
Consideriamo una situazione in cui portiamo a una certa altezza un carico pesante. Il modo più semplice è sollevarlo verticalmente. Questo diagramma mostra cosa succede.

Stiamo sollevando un carico di massa m a un'altezza h.

Vediamo quanto lavoro dobbiamo compiere per portare l'oggetto all'altezza h applicando una forza uguale alla gravità della massa: esercitiamo cioè una forza verso l'alto pari a quella verso il basso data dalla gravità. Indicando con g l'accelerazione di gravità, sappiamo che la forza verso il basso è mg:

$$\text{lavoro verso l'alto} = \text{forza per sollevare} \times \text{altezza } h = mgh$$

Per semplicità, non teniamo conto degli attriti né della resistenza dell'aria. Ma è una faticaccia, sollevare una cosa così pesante in questo modo!

Hmm... Magari è più facile se lo spingiamo su per una rampa.

Infatti. Pensiamo di spingere il carico su per un piano inclinato.

Guarda questo diagramma. Il modulo della forza necessaria per spingere il carico su per la rampa (*F*) è uguale alla componente della forza di gravità parallela alla rampa (*PR*). Quindi se la rampa è lunga *d*, il lavoro necessario per portare l'oggetto all'altezza *h* si può scrivere come:

$$\text{lavoro} = Fd$$

Ora, sappiamo intuitivamente che *F* è minore di *mg* e che *d* è maggiore di *h*.

Ha senso. Per questo serve lo stesso lavoro per spingere il peso su per la rampa e per sollevarlo verticalmente?

Sì, proprio così. E ora vediamo matematicamente perché funziona. Diciamo che il triangolo ABC rappresenta la rampa della figura e △PQR rappresenta la scomposizione della forza mg. Questi due triangoli sono simili, e quindi l'angolo CAB è uguale all'angolo RPQ, e i lati corrispondenti devono essere in proporzione; deve cioè valere:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{PQ}{PR}$$

Diciamolo in termini un po' meno astratti. Il segmento *AB* è lungo *d* (la lunghezza del piano inclinato), mentre *AC* è lungo *h* (l'altezza). A loro volta, il segmento *PQ* è uguale a *mg* (la forza verso il basso, dovuta alla gravità), mentre *PR* è uguale a *F* (la forza applicata per controbilanciarne una parte).

Quindi abbiamo:

$$\frac{d}{h} = \frac{mg}{F}$$

Guarda, riorganizzando un po' questa formula otteniamo:

$$Fd = mgh$$

Quindi il lavoro per sollevare un carico usando un piano inclinato deve essere uguale al lavoro per sollevarlo verticalmente.

E nota anche che i nostri risultati sono sempre uguali indipendentemente dall'inclinazione della rampa. Per via della conservazione dell'energia, indipendentemente dal percorso lungo cui lo solleviamo, il lavoro fatto per alzare un oggetto di massa m a un'altezza h è uguale a:

$$\text{forza necessaria per contrastare la gravità} \times \text{altezza} = mgh$$

Quindi, qualunque metodo usiamo per sollevare qualcosa, compiamo lo stesso lavoro.

Diciamolo in un altro modo: il tuo lavoro aumenta l'energia potenziale del carico di mgh.

E scommetto che vale anche per il lavoro negativo. Cioè, se abbassiamo un oggetto di una quota h, abbiamo una diminuzione dell'energia potenziale di mgh.

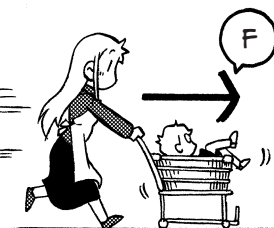
Infatti, proprio così.

LAVORO ED ENERGIA

CHE SUCCEDE? MI SEMBRA DI RIMPICCIOLIRE...
IL LAVORO NON SI COMPIE SOLO QUANDO SI AUMENTA O DIMINUISCE L'ENERGIA POTENZIALE.
PUÒ ANCHE MODIFICARE L'ENERGIA CINETICA DI UN OGGETTO!

CHE DIAVOLO...?
SONO UN'ADULTA!
VUOI DIRE CHE SI FA UN LAVORO ANCHE QUANDO SPOSTIAMO UN OGGETTO O NE FERMIAMO UNO CHE SI MUOVE?

OOOH! CHE CARINO!
MI STAI ASCOLTANDO, NINOMIYA-SAN?
SÌ, VA' AVANTI CON LA LEZIONE.
BENE.

AHEM.
FINCHÉ ESERCITI UNA FORZA, PER UNA CERTA DISTANZA, SU UN OGGETTO INIZIALMENTE IMMOBILE, LA SUA ENERGIA CINETICA AUMENTA.
F
IMPORRE UNA FORZA SU UN OGGETTO
GENERA ENERGIA CINETICA.
UEEEEEE!

GULP! È VERO ANCHE PER GLI OGGETTI IN MOVIMENTO. IN ALTRE PAROLE, L'ENERGIA CINETICA DI UN OGGETTO AUMENTA ANCHE DI PIÙ
SE GLI SI APPLICA UNA FORZA NELLA DIREZIONE DEL MOTO.
PER QUALCHE MOTIVO MI FAI PENSARE A UNA PALLINA DA FLIPPER.

DATO CHE L'ENERGIA SI CONSERVA, SAPPIAMO CHE VALE QUESTO:
LAVORO COMPIUTO SULL'OGGETTO = VARIAZIONE DI ENERGIA CINETICA DELL'OGGETTO
QUESTA RELAZIONE DEV'ESSERE VERA.
AH, SÌ.

SE LA FORZA CHE ESERCITIAMO SU UN OGGETTO HA LA STESSA DIREZIONE DEL MOVIMENTO DELL'OGGETTO...
...CIOÈ QUANDO LA FORZA E LA VELOCITÀ SONO PARALLELE, ALLORA COMPIAMO UN LAVORO POSITIVO.

ALLORA SAPPIAMO CHE C'È STATA UNA VARIAZIONE POSITIVA DI ENERGIA CINETICA, CIOÈ CHE L'OGGETTO VA PIÙ VELOCE.
ME LO COMPRI MAMMA?!
IL RAGAZZO CINETICO
TAH-RAH

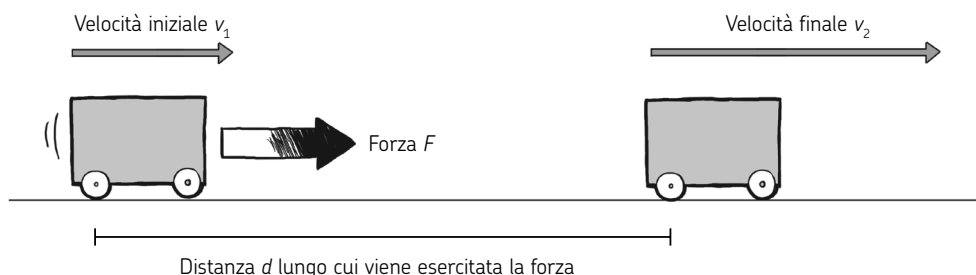
UGUALMENTE, PUOI FERMARE UN OGGETTO APPLICANDO UNA FORZA IN DIREZIONE OPPOSTA ALLA SUA VELOCITÀ.
RIDUCENDO LA SUA ENERGIA CINETICA, SUPPONGO.

IN QUESTO CASO GLI ORIENTAMENTI DELLA VELOCITÀ E DELLA FORZA SONO OPPOSTI, E QUINDI IL VALORE DEL LAVORO SARÀ NEGATIVO.
QUINDI ANCHE LA VARIAZIONE DI ENERGIA CINETICA HA UN VALORE NEGATIVO: L'ENERGIA DIMINUISCE.

È STATO STRANO... SONO CONTENTO DI ESSERE TORNATO COM'ERO PRIMA.
WHEW!

LABORATORIO

IL RAPPORTO FRA IL LAVORO E L'ENERGIA CINETICA

Vediamo come ricavare una formula che esprime il rapporto fra il lavoro e l'energia cinetica. Supponiamo di continuare a esercitare una forza F su un carrello in moto, in direzione parallela alla velocità del carrello. Il mezzo ha massa m e parte con una velocità iniziale uniforme v_1.

Quindi all'oggetto già in moto si applica una forza ulteriore.

In questo caso vale:

lavoro compiuto sull'oggetto = Fd

Inoltre, visto che abbiamo indicato la velocità finale con v_2, possiamo rappresentare la variazione di energia cinetica dell'oggetto come segue:

variazione di energia cinetica = $\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

E dato che già sappiamo che la variazione di energia cinetica è pari al lavoro compiuto sull'oggetto, possiamo scrivere la seguente relazione:

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = Fd$$

A-ha!

Possiamo ricavare questa uguaglianza anche in un altro modo. Dato che F è, per ipotesi, costante, il carrello riceve un'accelerazione uniforme. Quindi, se indichiamo con a l'accelerazione del carrello, sappiamo che deve valere quanto segue:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2ad$$

(Perché? Pensa alla formula ❸ di pagina 85.) Per tornare a una forma più simile a ciò che abbiamo scritto, usiamo il secondo principio della dinamica:

$$F = ma, \text{ cioè anche, } a = \frac{F}{m}$$

E otteniamo:

$$v_2^2 - v_1^2 = \frac{2Fd}{m}$$

Moltiplicando entrambi i membri per $\frac{1}{2}$, siamo arrivati!

$$\tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2 = Fd$$

Se sto molto attenta ai calcoli, ci posso riuscire!

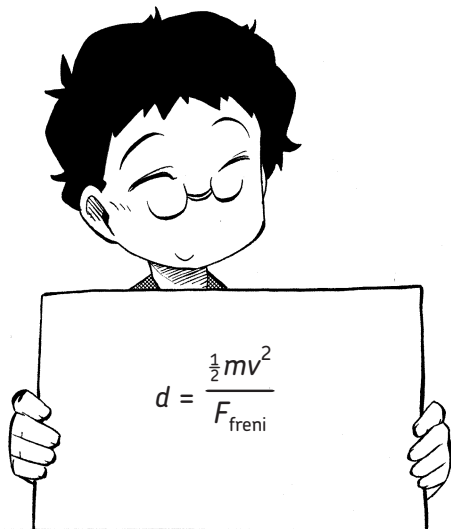
BE', IN REALTÀ NON VALE SOLO PER LE MACCHINE. È LA DISTANZA DI CUI HA BISOGNO UN VEICOLO IN MOTO

PER FERMARSI, DATA UNA CERTA FORZA NELLA DIREZIONE OPPOSTA.

APPURATO CHE UNA VARIAZIONE DI ENERGIA CINETICA È UGUALE AL LAVORO COMPIUTO, SAPPIAMO CHE, PER FERMARE UN OGGETTO IN MOTO, DEVE ESSERE VERO QUANTO SEGUE:

½ MASSA × VELOCITÀ² = FORZA DEI FRENI × DISTANZA PER CUI SONO APPLICATI I FRENI

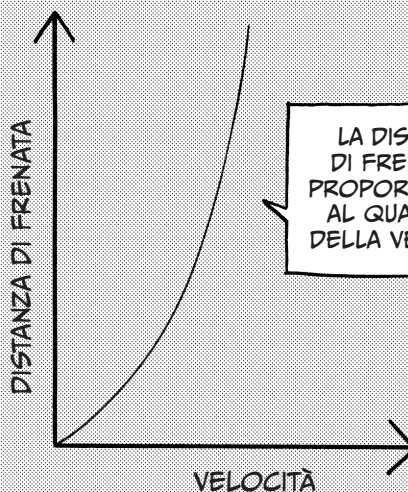
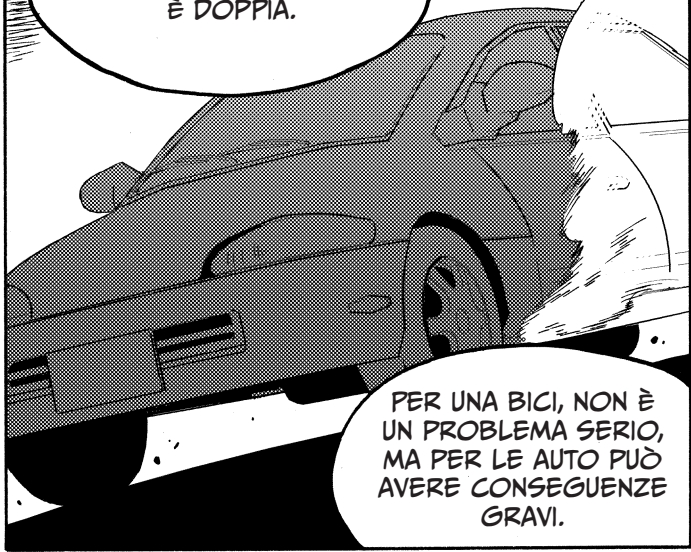
$$\frac{1}{2}mv^2 = F_{\text{freni}} \times d$$

SE RISCRIVIAMO QUESTA FORMULA, POSSIAMO ESPLICITARE LA DISTANZA DI FRENATA!

$$d = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{F_{freni}}$$

QUESTA FORMULA DICE CHE PIÙ GRANDI SONO LA MASSA (m) E LA VELOCITÀ (v) DEL VEICOLO, E MAGGIORE È LA DISTANZA NECESSARIA PER FRENARE (d).

E MAGGIORE È LA FORZA DEI FRENI (F_{freni}), MINORE È LA DISTANZA CHE SERVE PER FERMARSI COMPLETAMENTE.

MA ABBIAMO MOLTIPLICATO LA VELOCITÀ PER SÉ STESSA!?

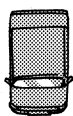
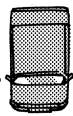
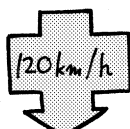
SÌ, VUOL DIRE CHE LA DISTANZA DI FRENATA (d) È PROPORZIONALE AL QUADRATO DELLA VELOCITÀ.

QUANDO LA VELOCITÀ INIZIALE RADDOPPIA... VUOL DIRE CHE LA DISTANZA DI FRENATA QUADRUPLICA?

DISTANZA DI FRENATA

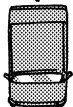
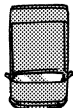
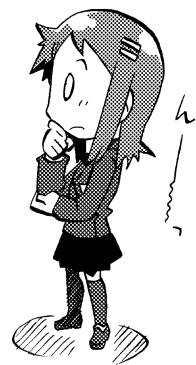
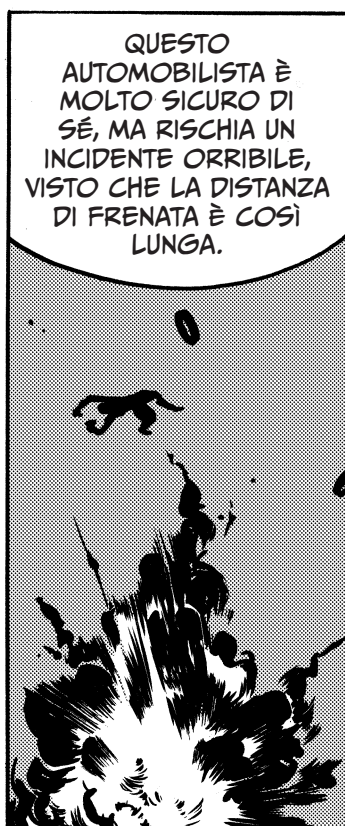
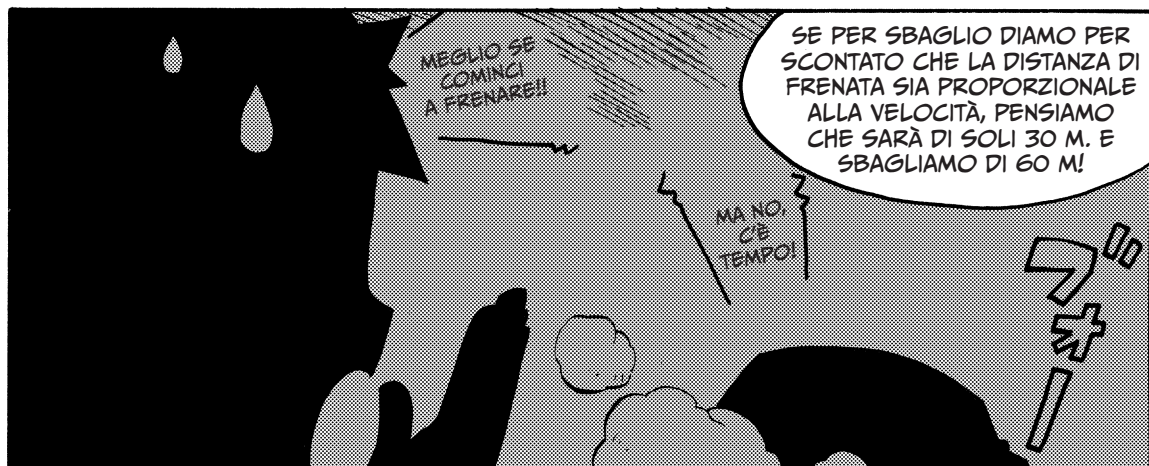
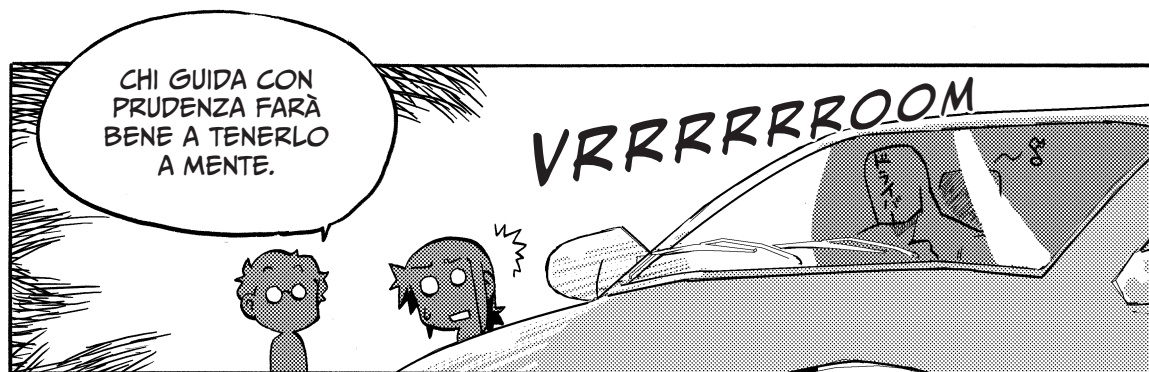
VELOCITÀ

LA DISTANZA DI FRENATA È PROPORZIONALE AL QUADRATO DELLA VELOCITÀ.

PER ESEMPIO, PENSA A UN'AUTOMOBILE CHE VA A 40 KM/H, E IMMAGINA CHE LA DISTANZA DI FRENATA SIA DI 10 M. SE LA STESSA MACCHINA VA A 120 KM/H, CIOÈ A UNA VELOCITÀ TRIPLA, QUALE SARÀ LA DISTANZA DI FRENATA?

40 km/h

120 km/h

Frena!

10 m

90 m

HMMM... DATO CHE LA VELOCITÀ TRIPLICA, DOBBIAMO ELEVARE IL TRE AL QUADRATO. CIOÈ SARÀ 3 × 3 = 9 VOLTE MAGGIORE, E QUINDI 10 M × 9 = 90 M.

CHI GUIDA CON PRUDENZA FARÀ BENE A TENERLO A MENTE.
VRRRRRRROOM

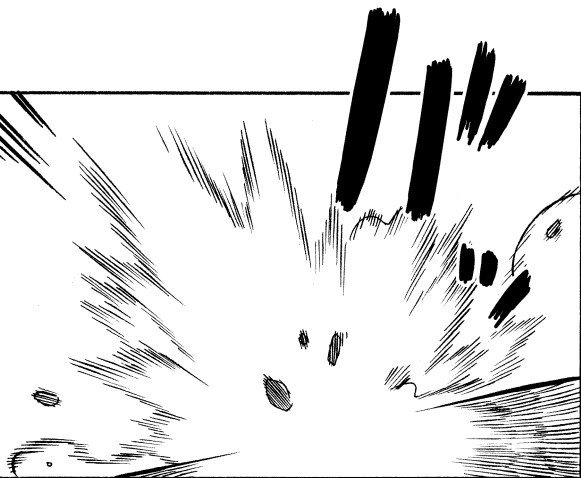
SE PER SBAGLIO DIAMO PER SCONTATO CHE LA DISTANZA DI FRENATA SIA PROPORZIONALE ALLA VELOCITÀ, PENSIAMO CHE SARÀ DI SOLI 30 M. E SBAGLIAMO DI 60 M!
MEGLIO SE COMINCI A FRENARE!!
MA NO, C'È TEMPO!

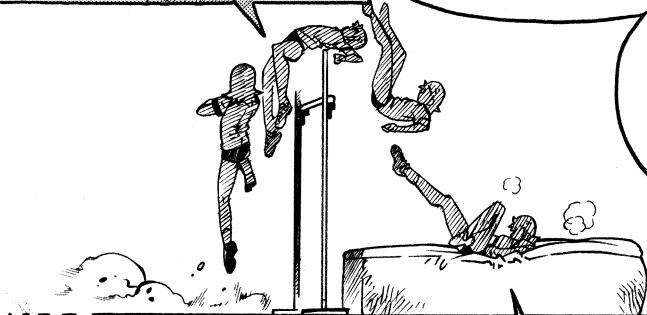
QUESTO AUTOMOBILISTA È MOLTO SICURO DI SÉ, MA RISCHIA UN INCIDENTE ORRIBILE, VISTO CHE LA DISTANZA DI FRENATA È COSÌ LUNGA.

A QUEL CHE SO, TUTTE LE MIGLIORI SCUOLE GUIDA INSEGNANO CHE LA DISTANZA DI FRENATA È PROPORZIONALE AL QUADRATO DELLA VELOCITÀ.
SPERO BENE.
CAVOLO!

LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

DOPO CHE HAI LASCIATO IL TERRENO, PIÙ SALI IN ALTO E MENO ENERGIA CINETICA POSSIEDI.

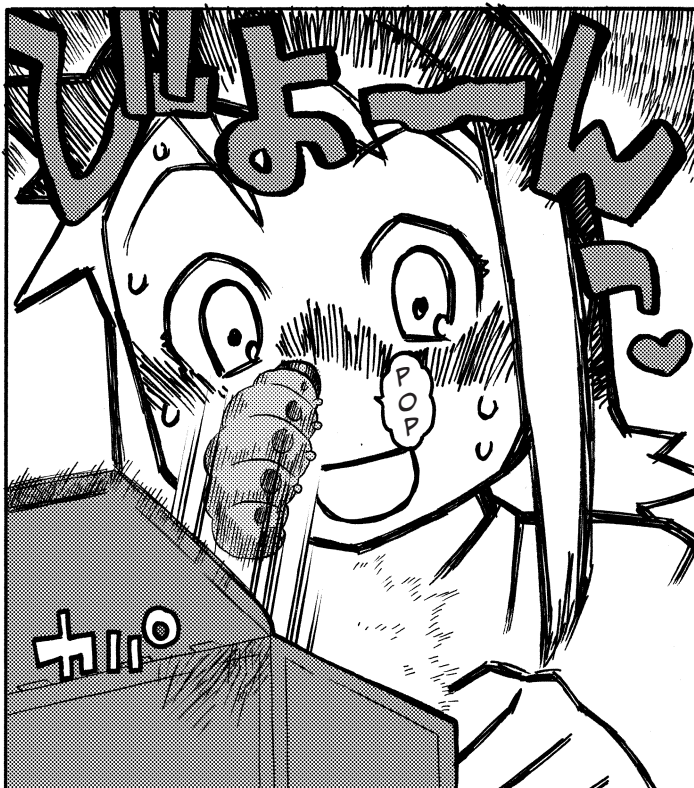
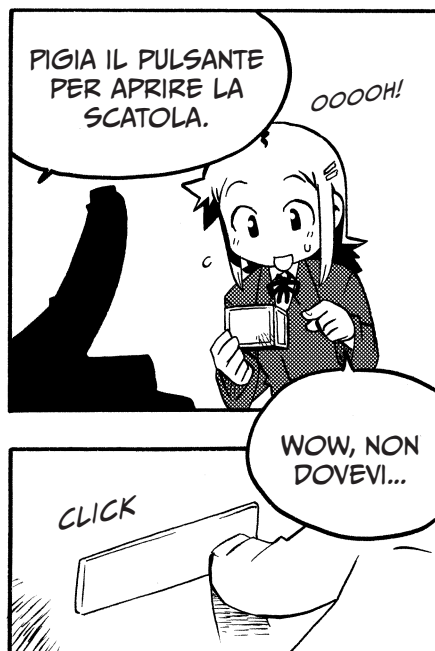
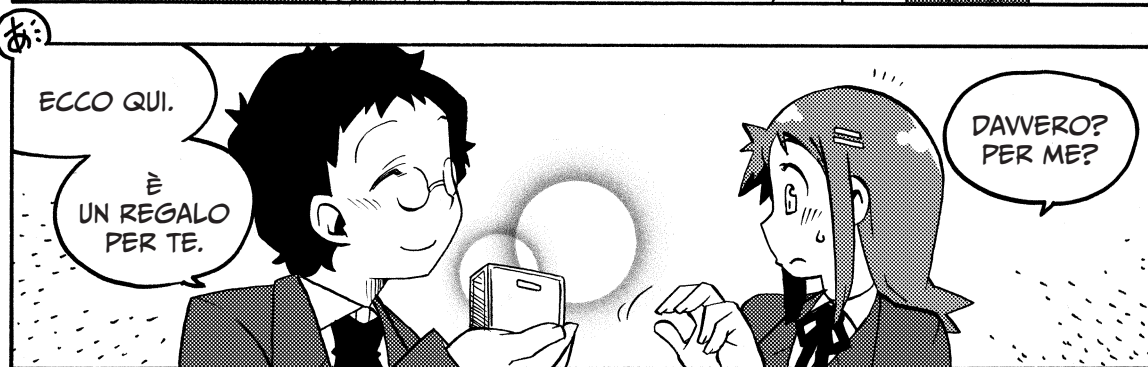
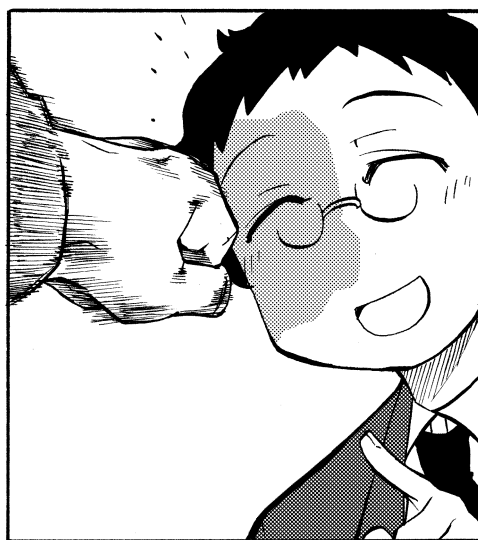
NON NE HAI PIÙ ALL'APICE DEL SALTO, DOVE LA TUA VELOCITÀ È NULLA.

IN QUEL MOMENTO LA TUA ENERGIA POTENZIALE È AL MASSIMO!

VEDI? È COSÌ CHE L'ENERGIA CINETICA SI TRASFORMA IN POTENZIALE.

QUANDO RICADI DOPO ESSERE ARRIVATA IN CIMA, LA TUA ENERGIA POTENZIALE SI RICONVERTE IN ENERGIA CINETICA. E QUANDO ATTERRI IL MATERASSO COMPIE UN LAVORO NEGATIVO SUL TUO CORPO, FACENDO DECRESCERE LA TUA ENERGIA CINETICA.

L'ENERGIA POTENZIALE PUÒ AVERE ALTRE FORME, OLTRE A QUELLA GRAVITAZIONALE.
CHE SARÀ QUESTA VOLTA?
HO PORTATO UNA COSA APPOSTA. PROVIAMO UN ALTRO ESPERIMENTO.

ECCO QUI.
È UN REGALO PER TE.
DAVVERO? PER ME?

PIGIA IL PULSANTE PER APRIRE LA SCATOLA.
OOOOH!
WOW, NON DOVEVI...
CLICK

POP

LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

EHI, NON AVREI IMMAGINATO CHE UN'ATLETA COME TE...

...SI SPAVENTASSE TANTO PER UN VERMETTO GIOCATTOLO.
MI DISPIACE.
SGRUNT.

NON PER CAMBIARE ARGOMENTO, MA TI VA SE APPROFONDIAMO IL DISCORSO DELLA CONVERSIONE FRA ENERGIA CINETICA E POTENZIALE...
...

NON MI FARE *MAI PIÙ* UNO SCHERZO COSÌ INFANTILE!
NON CI PROVERÒ NEMMENO! LO GIURO!
D'ACCORDO, VA BENE. ALLORA?

NELL'ESEMPIO DI PRIMA DEL SALTO IN ALTO C'ENTRAVA IL CORPO UMANO, IL CHE COMPLICA LE COSE.
PENSIAMO ALLORA A UN ESEMPIO PIÙ SEMPLICE: UNA PALLA LANCIATA IN ARIA.
SOLLEVATO

IN QUALUNQUE PUNTO SI TROVI LA PALLA, LA SOMMA DI QUESTE DUE FORME DI ENERGIA È

COSTANTE. QUESTA SI CHIAMA *LEGGE DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA.**

ALTEZZA	ENERGIA MECCANICA
4 m (SOMMITÀ)	100%
3 m	75% / 25%
2 m	50% / 50%
1 m	25% / 75%
0 m	100%

ENERGIA POTENZIALE (nero)

ENERGIA CINETICA (bianco)

* È SEMPLICEMENTE UN'APPLICAZIONE DELLA LEGGE DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA!

オーライ オーライ
PERÒ, PERCHÉ LA LEGGE VALGA, DOBBIAMO CONSIDERARE TRASCURABILI LA RESISTENZA DELL'ARIA E ALTRI ATTRITI.

A-HA!
ANCHE L'ATTRITO E LA RESISTENZA DELL'ARIA POSSONO FAR CAMBIARE FORMA ALL'ENERGIA.
BONK!
PROPRIO COME IMMAGINAVO!

POSSIAMO IMMAGINARE LA RESISTENZA DELL'ARIA COME TANTE COLLISIONI CON LE MOLECOLE DI ARIA, A CUI SI TRASFERISCE UN PO' DI ENERGIA CINETICA. È UNA TRASFORMAZIONE DI ENERGIA.

ANCHE IN QUESTO CASO AGISCE LA LEGGE DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA: PERÒ A UN LIVELLO MICROSCOPICO.
È UNA LEGGE IMPORTANTE, VERO?

LABORATORIO

LA LEGGE DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA ALL'OPERA

Dimostriamo che vale la legge di conservazione dell'energia meccanica quando lanciamo una palla verticalmente.

Per prima cosa, conosciamo la formula che collega la variazione di energia cinetica e il lavoro; è la seguente:

$$❶ \quad \tfrac{1}{2}mv_2^{\,2} - \tfrac{1}{2}mv_1^{\,2} = Fd$$

Cioè:

variazione di *EC* = lavoro

Sì, l'avevamo già chiarito.

Nel nostro caso, *Fd* rappresenta il lavoro compiuto dalla gravità. Supponiamo che la palla parta a un'altezza h_1 con velocità v_1. Dopo aver percorso una distanza *d*, si trova a un'altezza h_2 e la sua velocità sarà scesa a v_2. La distanza *d* si può vedere come una differenza di quota, cioè $h_2 - h_1$.

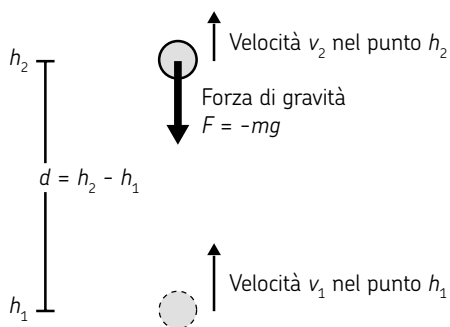
h_2

Velocità v_2 nel punto h_2

Forza di gravità
$F = -mg$

$d = h_2 - h_1$

Velocità v_1 nel punto h_1

h_1

Sì, e allora dov'è il problema? Mi vuoi dimostrare che la forza di gravità fa un lavoro negativo sulla palla?

Esattamente. La forza di gravità agisce in direzione opposta alla velocità. Quindi si esprime come:

$$F = -mg$$

Ciò significa che il lavoro compiuto dalla palla (forza × distanza) è uguale a:

$$Fd = -mg(h_2 - h_1)$$

Inserendo quello che abbiamo trovato nella formula ❶, otteniamo:

$$\tfrac{1}{2}mv_2^{\,2} - \tfrac{1}{2}mv_1^{\,2} = -mg(h_2 - h_1)$$

Adesso riscriviamo successivamente, prima espandendo il secondo membro:

$$\tfrac{1}{2}mv_2^{\,2} - \tfrac{1}{2}mv_1^{\,2} = mgh_1 - mgh_2$$

E poi, passando qualche termine da una parte all'altra, troviamo qualcosa che ci dovrebbe essere familiare:

$$\tfrac{1}{2}mv_2^{\,2} + mgh_2 = \tfrac{1}{2}mv_1^{\,2} + mgh_1$$

Sì che lo è. Mostra che la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale è uguale sia in h_1 che in h_2.

Proprio così.

Quindi il primo membro è l'energia meccanica totale nel punto h_2, mentre il secondo membro è quella nel punto h_1.

Infatti, abbiamo ricavato un'espressione che indica che il valore complessivo dell'energia meccanica deve essere uguale in due punti qualunque della traiettoria della palla, se la si lancia verticalmente in aria.

Sì, mi è chiaro.

Usiamo adesso questa formula per calcolare qualcosa di un po' diverso: la velocità (v_1) a cui dobbiamo lanciare una palla per raggiungere una cera altezza massima (h_2). Dato che alla sommità la velocità della palla raggiunge lo zero, sappiamo che a quel punto non ha più energia cinetica.

Per semplicità, poniamo $h_1 = 0$; misuriamo cioè h_2 a partire dalla quota da cui lanciamo la palla. Quindi h_2 sarà uguale a d, la distanza percorsa dalla palla.

In questo modo l'energia cinetica che la palla possiede nel punto da cui viene lanciata dev'essere uguale all'energia potenziale che possiede alla massima altezza. Quindi devono essere vere le seguenti relazioni:

$$EP_2 = EC_1$$

$$mgd = \tfrac{1}{2}mv_1^2$$

Aspetta, mi sembra di aver notato una cosa interessante: la massa compare in entrambi i membri. Quindi in realtà la massa non modifica la relazione!

Giusto! Ricaviamo quindi la velocità iniziale v_1:

$$mgd = \tfrac{1}{2}mv_1^2$$

$$gd = \tfrac{1}{2}v_1^2$$

$$2gd = v_1^2$$

$$\sqrt{2gd} = v_1$$

Se in questa formula inseriamo numeri veri, possiamo trovare la velocità iniziale necessaria per raggiungere una certa altezza!

VELOCITÀ E ALTEZZA
DI UNA PALLA LANCIATA

ADESSO APPLICHIAMO LA FORMULA CHE ABBIAMO APPENA TROVATO
PER CALCOLARE LA VELOCITÀ A CUI VA LANCIATA UNA PALLA PERCHÉ ARRIVI A 4 METRI.

ASSUMIAMO DI LANCIARLA DA UNA QUOTA DI 0 M,
QUINDI $h_2 = d$, COME PRIMA.
$v_1 = \sqrt{2gd}$
E SAPPIAMO CHE g = 9,8 M/S² E d = 4 M.
VEDIAMO...
$v_1 = \sqrt{2gd}$
$v_1 = \sqrt{2 \times 9{,}8\,\mathrm{m/s^2} \times 4\,\mathrm{m}}$
v_1 = 8,9 m/s!

GIUSTO?
SÌ, PERFETTO!
CONVERTENDOLO IN CHILOMETRI ALL'ORA, TROVIAMO 8,9 M/S × 3600 S/H × 1 KM / 1000 M = 32 KM/H.
A-HA!

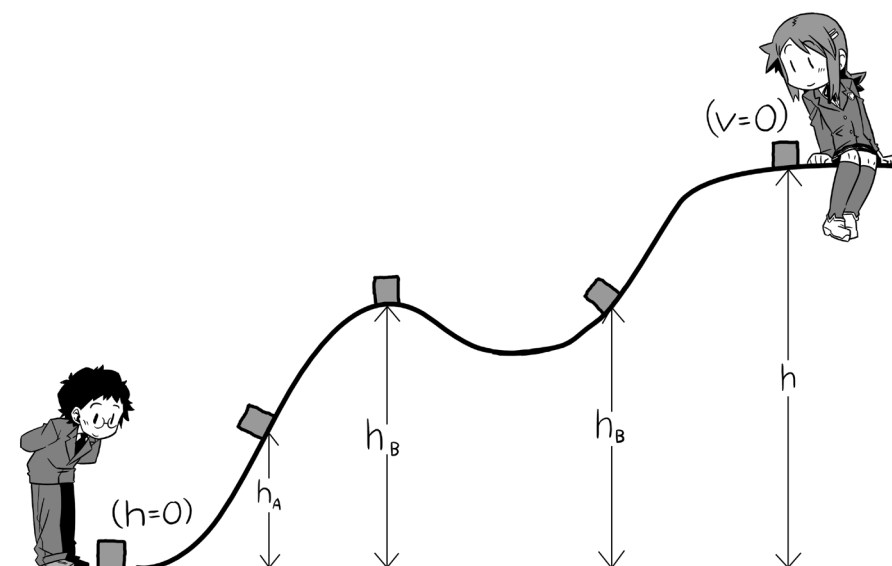
COSÌ MAGARI POSSIAMO CALCOLARE A CHE ALTEZZA ARRIVEREBBE UNA PALLA CON UNA VELOCITÀ INIZIALE DI 100 KM/H...
SÌ, VEDIAMO... SAPPIAMO CHE $d = v_1^2 / 2g$

QUINDI RAGGIUNGEREBBE UN'ALTEZZA DI CIRCA 39 METRI.
WOW.
SEI VELOCISSIMO. DAVVERO UN OLIMPIONICO DELLA FISICA!

LABORATORIO

CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA SU UNA DISCESA

La legge di conservazione dell'energia meccanica vale anche quando non parliamo di palle lanciate in aria, vero? Non vale anche per molte altre situazioni, come un oggetto che scivola giù per una discesa?

Bene, esaminiamo il caso in cui fai scivolare una scatola da un'altezza *h* a un'altezza 0. Mentre scende, supponiamo che la scatola vada alla velocità v_A all'altezza h_A, alla velocità v_B all'altezza h_B, e così via.

Dato che *v* = 0 all'altezza massima, l'energia potenziale iniziale della scatola è uguale a tutta la sua energia meccanica. Ma sappiamo anche che l'energia potenziale in un punto *h* è *mgh*, e quindi possiamo scrivere:

$$EP_h = mgh$$

Adesso, come puoi esprimere l'energia cinetica (EC_0) che ha la scatola al punto 0?

Sappiamo già che l'energia cinetica è uguale a:

$$EC_0 = \frac{1}{2}mv^2$$

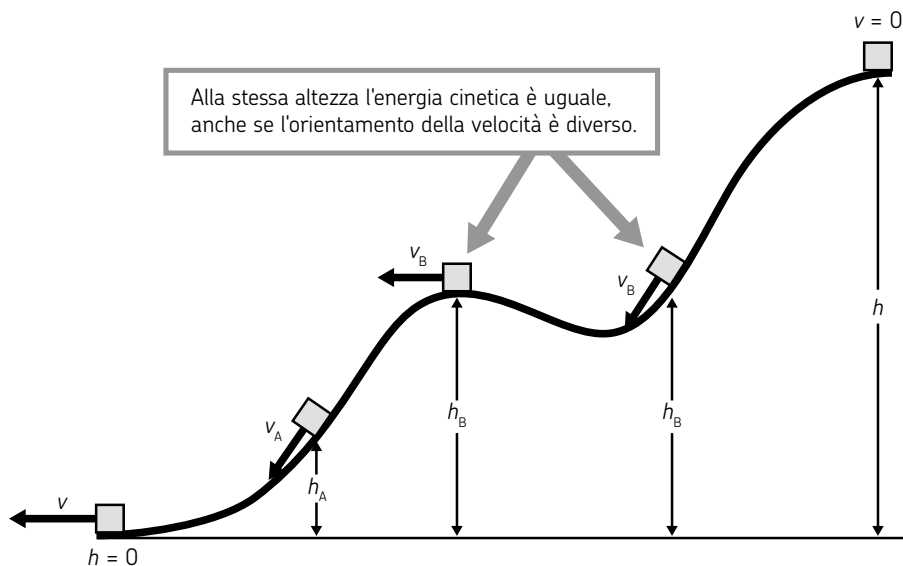
Esatto! E sappiamo che l'energia cinetica in $h = 0$ dev'essere uguale all'energia potenziale nel punto h:

$$EP_h = EC_0$$

In più, per via della conservazione dell'energia, sappiamo che la somma dell'energia meccanica deve rimanere uguale in tutti i punti intermedi della discesa. Cioè:

$$EC_A + EP_A = EC_B + EP_A$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

Questo implica anche che l'energia potenziale è uguale in due punti posti alla stessa altezza, come i punti B della figura. In questi due punti l'energia cinetica della scatola è uguale, anche se l'orientamento della sua velocità è diverso.

Quindi l'energia cinetica è indipendente dalla direzione della velocità!

Sissignore! Anzi -*ehm*- signora. L'energia cinetica ha solo un modulo. Nello stesso modo, l'energia potenziale dipende solo dall'altezza.

Se allunghiamo il percorso, la scatola potrebbe risalire fino all'altezza da cui era partita?

Sì, sarebbe possibile, se attrito e resistenza dell'aria sono trascurabili. Ovviamente non potrebbe mai superare l'altezza di partenza, *h*.

IL TUO ULTIMO DIAGRAMMA MI FA SENTIRE SU UN OTTOVOLANTE.
AH, SÌ, UN LUNA PARK
È UNA MINIERA DI FENOMENI FISICI.

CHE?
ARGH! PENSI SEMPRE SOOOOOLO ALLA FISICA...
NIENTE, NIENTE. PARLO DA SOLA.

ADESSO...
DIREI CHE ABBIAMO DETTO L'ESSENZIALE SULLE LEGGI DELLA MECCANICA.

SONO CONTENTO CHE NON HAI MOLLATO.
GRAZIE.
CON IL TUO AIUTO HO COMINCIATO A CAPIRE IN CHE CONSISTE LA FISICA.

OTTIMO! E SE HA COMINCIATO A PIACERTI, ANCHE SOLO UN POCHINO...
NE SONO CONTENTISSIMO.

ALLORA, CI VIENI A VEDERE LA PARTITA CON SAYAKA,
VERO?
OH, NON POSSO.
PROPRIO QUEL GIORNO DEVO TENERE UNA SPECIE DI CONFERENZA DI FISICA.
OH...

TAMBURELLA
SUL SERIO?
PECCATO. VOLEVO CHE MI VEDESSI VINCERE!!

...
VA BENE.
SPERO CHE MAGARI UNA VOLTA O L'ALTRA CI RIVEDIAMO!

LE UNITÀ DI MISURA DELL'ENERGIA

Le unità di misura dell'energia si possono trovare applicando la definizione di energia cinetica, che è la seguente:

energia cinetica = $\frac{1}{2}$ × massa × (velocità)^2

Da questa espressione possiamo dedurre che:

unità di misura dell'energia = unità della massa × unità della velocità × unità della velocità

1 joule = kg × m^2 / s^2

NOTA *Il fattore $\frac{1}{2}$ non influenza l'unità di misura, quindi possiamo ignorarlo quando ricaviamo le unità.*

Dato che l'energia è una grandezza fisica molto comune, le viene assegnata un'unità specifica, il *joule* (J). D'altro canto, visto che la variazione di energia cinetica è uguale al lavoro compiuto (come abbiamo visto a p. 176), è vero anche che:

unità di misura dell'energia = unità di misura del lavoro

Quindi è vera anche questa espressione:

unità dell'energia = unità della forza × unità della distanza = (N) × (m) = (N × m)

A prima vista questa unità di misura, N × m, sembra diversa da un joule (kg × m^2/s^2). Ricordiamo però che un newton è semplicemente uguale a 1 kg × m / s^2. Quindi moltiplicando forza e distanza riotteniamo effettivamente la stessa unità.

Per farci un'idea di quanta energia corrisponde a 1 J, è utile tenere a mente che 1 J è uguale a 1 N × m. In altre parole, possiamo dire "1 J rappresenta l'energia generata da un lavoro che muove un oggetto per un metro applicandogli sempre una forza di 1 newton".

In più, visto che la forza di gravità su un oggetto di massa 1 kg è di 9,8 N, la massa di un oggetto su cui la gravità esercita esattamente 1 N è di 1/9,8 kg = 0,102 kg = 102 g. È questo che intendevo quando dicevo che "un joule è l'energia necessaria per sollevare un oggetto di 102 g direttamente verso l'alto di un metro" (a p. 161).

Oltre al joule, un'altra unita di misura comune per l'energia è la *caloria* (cal), che si usa in contesti termici, come il riscaldamento e gli alimenti. Una caloria (1 cal) rappresenta l'energia termica necessaria per innalzare di 1 °C la temperatura di un grammo d'acqua a una pressione di un'atmosfera (1 atm). Rispetto ai joule, l'equivalenza è data da 1 cal = 4,2 J.

Quando parliamo di cibo, si usa in genere la *chilocaloria* (kcal): una chilocaloria è semplicemente uguale a 1000 calorie. Anche se informalmente, parlando di cibo e diete, si usa il termine "calorie", in realtà l'unità a cui ci stiamo riferendo è la chilocaloria.

Per esempio, l'energia in 50 g di gelato è di circa 100 kcal; se la convertiamo in joule, otteniamo:

100 kcal = 100.000 cal = 4,2 × 100.000 J = 420.000 J

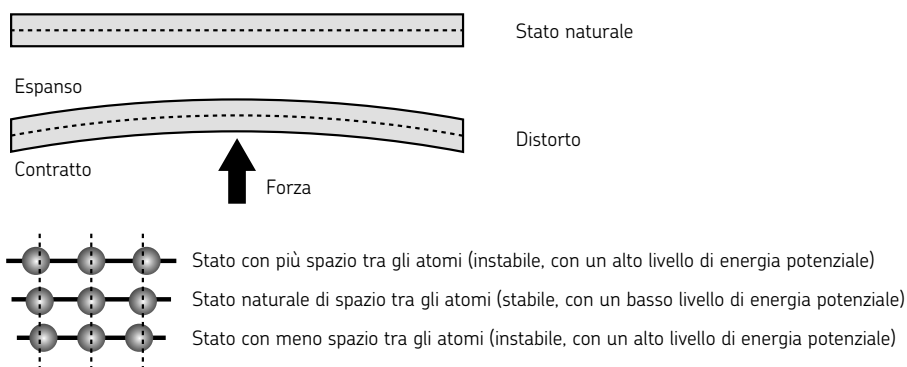
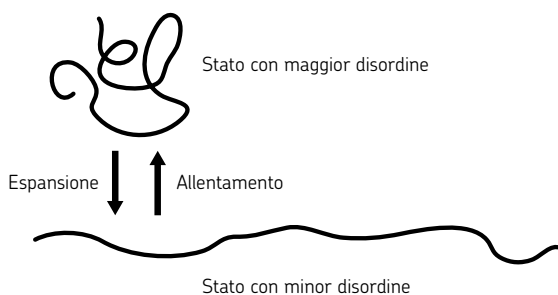
Sembra un valore molto alto, ma in realtà non lo è, se lo confrontiamo con la quantità di energia necessaria per vivere. Secondo i dati del Ministero della salute giapponese, il fabbisogno giornaliero di energia è di circa 2200 kcal per una ragazza di 17 anni e di circa 2700 kcal per un ragazzo della stessa età. Le chilocalorie si convertono in joule così:

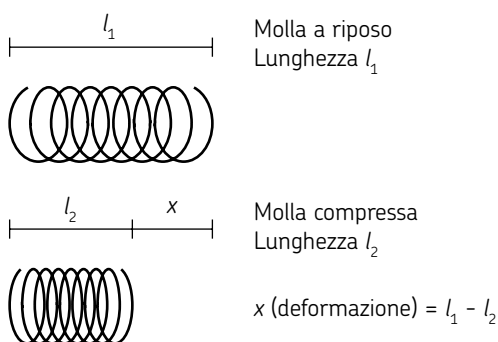
$$2200 \text{ kcal} \times 1000 \text{ cal/kcal} \times 4{,}2 \text{ J/cal} = 9.240.000 \text{ J}$$

Vediamo che vuol dire. Dato che l'energia necessaria per sollevare di un metro un carico di massa 1 kg è 9,8 J, questo valore è quasi la quantità di energia che serve per sollevare di un metro una massa di un milione di chilogrammi! Quindi per rimanere in vita abbiamo bisogno di una quantità enorme di energia.

ENERGIA POTENZIALE

L'energia cinetica risiede negli oggetti in movimento. Invece l'energia potenziale non è contenuta dentro un oggetto: è in genere energia che deriva dalla posizione di un oggetto. Tra le forme tipiche di energia potenziale ci sono quella gravitazionale e l'energia potenziale di un campo elettrostatico, da cui derivano le forze elettriche attrattiva e repulsiva.

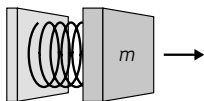
Possiamo considerare come una forma di energia potenziale anche l'energia elastica immagazzinata nelle molle e negli elastici. Vari fattori influiscono nel modo in cui materiali diversi contengono questa energia potenziale. L'elasticità delle molle consiste nel fatto che tornano allo stato di partenza: vogliono recuperare la posizione stabile iniziale dopo che lo spazio tra gli atomi (dipendente dall'energia potenziale del campo elettrico che agisce sugli atomi) era stato modificato. Una classica molla elicoidale è fatta in modo da trasformare la minuscola deformazione che si verifica in un barretta rettilinea di metallo in una deformazione maggiore.

Invece l'elasticità della gomma deriva dall'attività delle molecole di polimeri per recuperare lo stato iniziale dotato di un maggior "disordine", in cui sono avvolte molto strettamente, dopo essere state portate in uno stato con minor "disordine", in cui le molecole sono espanse e allineate.

LE MOLLE E LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

Pensiamo all'elasticità di una molla come esempio della conservazione dell'energia.

Quando comprimiamo* una molla con costante elastica k (possiamo pensare a k come a una misura di quanto è "molleggiata" la nostra molla, espressa in N/m) di una lunghezza x (la distanza in meno rispetto alla sua lunghezza naturale), l'energia potenziale contenuta nella molla si può esprimere come segue:

$$EP = \frac{1}{2}kx^2$$

Questa energia immagazzinata è detta *energia potenziale elastica*. Se mettiamo una massa m accanto alla molla e fissiamo l'estremità opposta, che forza riceverà? E quale sarà la sua velocità?

---

* Osserviamo che una molla funziona nello stesso modo anche se la si tende. Queste formule valgono sia per la tensione che per la compressione.

La molla tende a tornare al suo stato naturale ed eserciterà una forza sulla massa *m*.

Dunque: sappiamo che, per via della conservazione dell'energia, l'energia cinetica di questa massa deve essere uguale all'energia potenziale della molla. Quindi deve valere:

$$EP_{\text{molla}} = EC_{\text{massa}}$$

$$\tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}mv^2$$

Esplicitando la v, otteniamo:

$$v = \sqrt{\frac{kx^2}{m}}$$

Inoltre, quando la molla si espande, sappiamo che l'oggetto è soggetto alla forza:

ATTENZIONE: CALCOLO DIFFERENZIALE E INTEGRALE!

$$F = \frac{-d}{dx}\left(\tfrac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

Quindi il calcolo del lavoro compiuto quando la molla con forza elastica $F = -kx$ si espande di una lunghezza x rispetto alla sua lunghezza a riposo ci dà:

$$W = \int_{-x}^{0} (-kx)\,dx = \tfrac{1}{2}\,kx^2$$

Coincide con l'energia potenziale, il che è corretto, considerando la conservazione dell'energia.

LA VELOCITÀ DI LANCIO E L'ALTEZZA RAGGIUNTA

A pagina 194, in risposta alla domanda di Megumi sull'altezza che raggiungerebbe una palla lanciata con una velocità iniziale di 100 km/h, ho risposto che è 39 metri.

Vediamo perché. Sapendo che vale l'espressione che segue, possiamo esplicitare h, l'altezza raggiunta dall'oggetto lanciato:

$$v_1^2 = 2gh$$

$$h = \frac{v_1^2}{2g}$$

Adesso, facendo i conti, sappiamo che 100 km/h corrispondono a:

$$100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times 1000 \frac{\text{m}}{\text{km}} \times \frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}} = 27{,}78 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

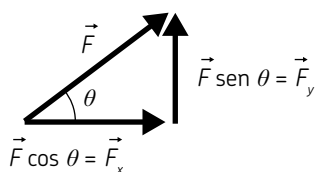
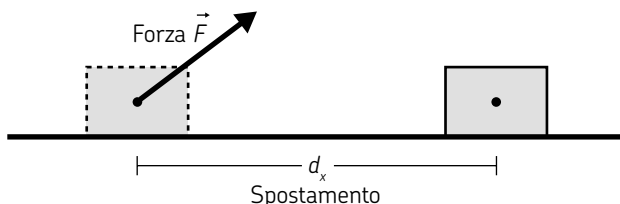
Inseriamo ora questo valore nella nostra formula e vediamo che cosa troviamo:

$$h = \frac{v_1^{\ 2}}{2g}$$

$$h = \frac{27{,}78^2}{2 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2}$$

$$h = 39{,}37\ \text{m}$$

L'ORIENTAMENTO DELLA FORZA E DEL LAVORO

Come sappiamo, il lavoro si esprime in termini di una forza e della distanza (o, meglio, dello spostamento) lungo cui la forza viene esercitata su un oggetto. Consideriamo un oggetto che compie uno spostamento *d*, subendo una forza *F* come mostrato qui sotto.

Quando l'orientamento di una forza e dello spostamento corrispondente non sono uguali, dobbiamo tenerne conto. Nell'esempio sopra, il lavoro (*W*) è rappresentato come segue:

$$W = \vec{F}_x d_x + \vec{F}_y d_y$$

Abbiamo scomposto la forza e lo spostamento nelle loro componenti orizzontale (*x*) e verticale (*y*) . In questo caso sappiamo però che lo spostamento verticale della scatola è

0, dato che si muove lungo il terreno. Lo possiamo quindi ignorare nei nostri calcoli del lavoro totale compiuto sulla scatola:

$$W = \vec{F}_x d_x$$

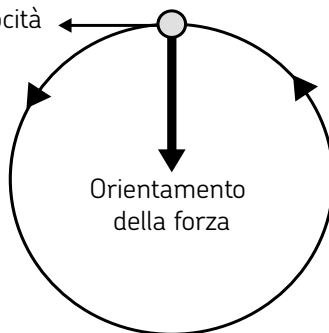
$$W = \vec{F} \cos \theta \times d_x$$

Vale anche la pena di notare che abbiamo appena svolto un prodotto scalare.

Ma... che cos'è? Dunque, il lavoro e l'energia sono scalari, cioè non hanno una direzione. Invece la forza e lo spostamento sono entrambi vettori, perché la hanno. La moltiplicazione di due vettori svolta in questo modo si chiama prodotto scalare.

Nel caso in cui la forza è in verso opposto allo spostamento, si dice che il lavoro svolto è negativo, e porta a una decelerazione.

Inoltre, quando l'orientamento della forza è perpendicolare allo spostamento, visto che $\cos 90° = 0$, non viene compiuto lavoro. Un esempio tipico in cui l'orientamento della forza è perpendicolare a quello dello spostamento è il moto circolare uniforme. La forza è diretta verso il centro della circonferenza (forza centripeta) e quindi l'energia cinetica non cambia perché il valore del lavoro è nullo. È per questo che un oggetto si può muovere lungo una circonferenza a velocità

L'orientamento della velocità corrisponde a quello dello spostamento.

Orientamento della forza

uniforme.

CALCOLIAMO IL LAVORO COMPIUTO DA UNA FORZA NON COSTANTE (UNIDIMENSIONALE)

ATTENZIONE: CALCOLO DIFFERENZIALE E INTEGRALE!

Nel caso di una forza costante possiamo esprimere il lavoro come il prodotto dello spostamento e della forza nella direzione dello spostamento. Ma spesso le forze non sono costanti.

Per tenere conto di forze non costanti, possiamo suddividere la forza in intervalli brevi. Se la dividiamo in segmenti sufficientemente piccoli, possiamo considerare la forza come costante lungo ogni segmento. Esaminiamone uno qualsiasi, che indicheremo con l'indice i, e il lavoro verrà espresso con il prodotto che abbiamo visto finora:

$$\frac{1}{2}mv_{i+1}^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = F\Delta x$$

Ovviamente ciò vale per ogni segmento i, e quindi li possiamo sommare tutti per calcolare il lavoro compiuto nel corso dell'intero spostamento, da x_1 a x:

$$\left(\tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2\right) + \left(\tfrac{1}{2}mv_3^2 - \tfrac{1}{2}mv_2^2\right) + \left(\tfrac{1}{2}mv_4^2 - \tfrac{1}{2}mv_3^2\right) + \ldots =$$
$$F_1\Delta x + F_2\Delta x + F_3\Delta x + \ldots$$

Guardando attentamente il primo membro, notiamo che quasi tutti i termini si cancellano a due a due! Ce ne rimangono solo due:

$$\tfrac{1}{2}mv_n^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$

Possiamo quindi riscrivere l'uguaglianza come:

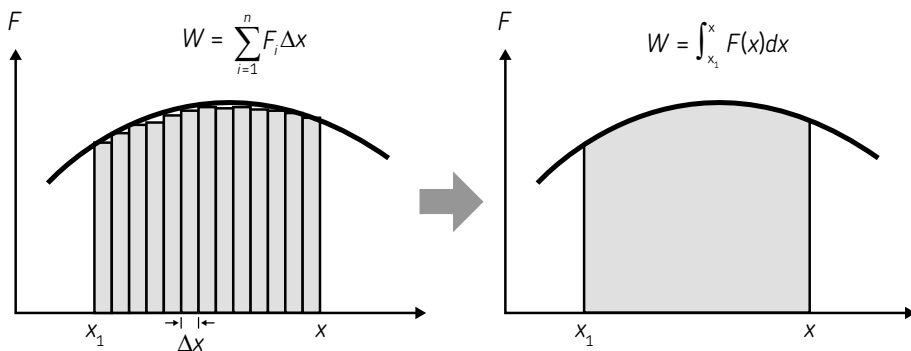
$$\tfrac{1}{2}mv_n^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2 = \sum_{i=1}^{n} F_i\Delta x$$

Abbiamo sommato i pezzettini di lavoro compiuto in ogni istante, ottenendo la variazione complessiva di energia, cioè il lavoro W. Come vedete, somiglia notevolmente alla definizione di integrale; infatti, se prendiamo dei tratti infinitamente piccoli facendo tendere n a infinito, possiamo sostituire la sommatoria con un integrale:

$$W = \lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=1}^{n} F_i\Delta x$$

$$W = \int_{x_1}^{x} F(x)dx$$

NOTA *F qui non denota una funzione. Ricordiamo che F sta per "forza"!*

Si capisce molto meglio con un grafico, perché stiamo semplicemente misurando l'area sotto la curva nel grafico di F come funzione di x. Un integrale è esattamente questo, il limite in cui la lunghezza di ogni segmento tende a zero.

In conclusione, l'affermazione secondo cui la variazione di energia cinetica fra due punti è uguale al lavoro compiuto sull'oggetto in quel tratto significa che:

$$W = \int_{x_1}^{x} F(x)dx$$

Dato questo, possiamo esprimere quell'affermazione come:

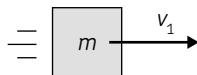
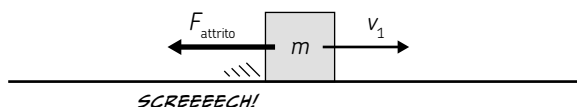
$$\tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}mv_0^{\,2} = W$$

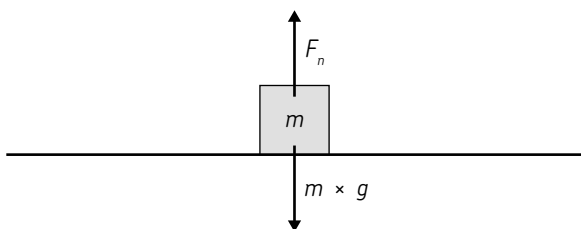
Osserviamo che la v nell'uguaglianza è la velocità finale dell'oggetto, v_n.

FORZE NON CONSERVATIVE E LA LEGGE DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

Non tutte le forze hanno un potenziale: quelle che non lo hanno si dicono *non conservative*. L'attrito è una tipica forza non conservativa. Quando una forza di questo tipo compie un lavoro, l'energia del sistema diminuisce. Per esempio, se spingiamo un libro sul ripiano di un tavolo, rallenta e si ferma. Non vuol dire che l'energia non si conservi: solo che è andata a finire da qualche parte da cui non si può recuperare facilmente. Per esempio, il libro ha ceduto energia cinetica alle molecole del tavolo sotto forma di calore.

L'ATTRITO: UNA FORZA NON CONSERVATIVA

Esaminiamo il caso dell'attrito, un esempio di forza non conservativa. Cominciamo col considerare una massa m in moto con velocità v_1.

Se sull'oggetto non agiscono forze, continuerà per sempre a spostarsi a velocità v_1: è semplicemente il primo principio della dinamica. Ma la vita non è così semplice. Immaginiamo che il moto dell'oggetto sia contrastato dall'attrito fra il fondo del libro e la superficie su cui si sposta.

Il modulo di questa forza dipende da due fattori: la forza normale e il coefficiente di attrito. Ma cosa sono? Dunque, la *forza normale* è semplicemente la forza *perpendicolare* alla superficie su cui si sposta il corpo. Maggiore è la massa di un oggetto e maggiore è la forza normale, e quindi maggiore è la forza di attrito. Nell'esempio qui sopra, la forza normale è semplicemente il peso della massa ($F = ma$, e quindi in questo caso $F_{normale} = m \times g$).

Fra poco esamineremo un esempio più complesso di forze normali, per mostrare che possono non coincidere con il peso di un oggetto.

Il *coefficiente di attrito* è semplicemente una misura di quanto siano "appiccicose" due superfici. La gomma sul cemento, per esempio, ha un coefficiente di attrito molto alto; invece quello tra il ghiaccio e la lama di un pattino è bassissimo. Usiamo la seguente formula per determinare la forza di attrito che agisce su un oggetto:

$$F = \mu \times F_n$$

forza di attrito = coefficiente di attrito × forza normale

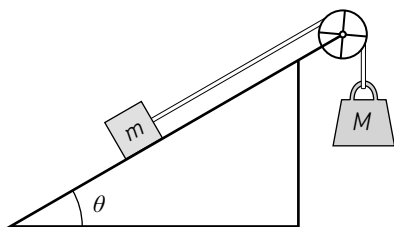
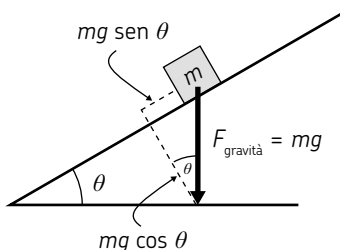
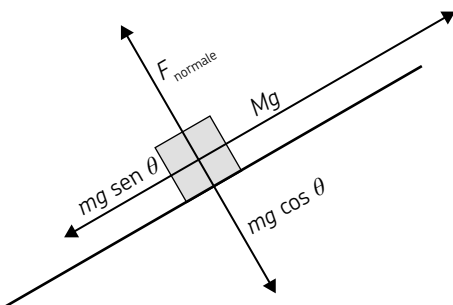
Dato che $F = ma$, sappiamo che la forza normale è semplicemente la massa moltiplicata per l'accelerazione di gravità; cioè, $F_n = m \times g$:

$$F = \mu \times m \times g$$

La variabile μ che usiamo per rappresentare il coefficiente di attrito è la lettera greca "mü" (che si pronuncia "mi" o "mu"). Gli scienziati determinano il coefficiente di attrito fra due oggetti con osservazioni dirette ed esperimenti. Il coefficiente di attrito assume valori da pochissimo più di zero a più di uno.

Un attimo, però: come troviamo la direzione della forza di attrito? E che cosa succede quando finalmente l'oggetto si ferma? Usiamo il buon senso: l'attrito agisce in modo da contrastare il movimento. È sempre nella direzione opposta a quella della velocità o della forza applicata (compreso il caso in cui l'oggetto è immobile). E la formula che abbiamo scritto sopra non è sempre vera; è semplicemente la massima forza possibile esercitata dall'attrito sull'oggetto. Quando è a riposo e non gli vengono applicate forze esterne, non c'è forza di attrito. Ovviamente l'attrito non sposta all'indietro un oggetto!

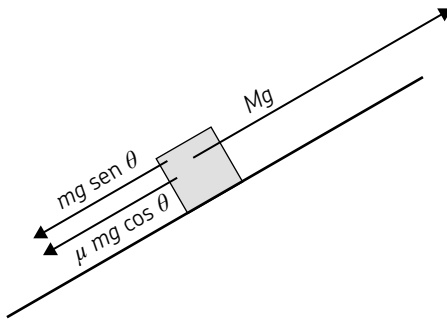
ATTRITO SU UN PENDIO

Consideriamo adesso una situazione più complicata. Una piccola massa m si trova su un piano inclinato a un angolo θ. La massa m è collegata a una massa più grande M con una corda, che esercita una forza sulla massa più piccola in direzione parallela al piano inclinato.

Se non ci sono altre forze da considerare, le uniche forze sulla massa *m* sono la forza di gravità, $m \times g$, e la forza della tensione della corda, $M \times g$. Per determinare l'accelerazione della massa *m*, scomponiamo la forza di gravità in una forza che si oppone alla direzione del movimento (e quindi parallela alla direzione del piano inclinato e alla tensione della corda attaccata a *M*) e in una perpendicolare alla rampa stessa.

Sappiamo che il triangolo rettangolo formato dalla scomposizione di questa forza è simile al triangolo formato dal piano inclinato (cioè ha lo stesso angolo θ). Quindi la forza che si oppone alla tensione della corsa è pari a mg sen θ. La forza perpendicolare alla rampa e al movimento della massa m è pari a mg cos θ. Se non c'è attrito, possiamo ignorare questa forza, perché è controbilanciata da una forza opposta generata dalla rampa: è semplicemente il terzo principio della dinamica.

Adesso che sappiamo tutto ciò, riusciamo a capire se questo sistema funziona, quando teniamo conto anche dell'attrito fra la massa m e la rampa? Prima di tutto, pensiamo alla forza normale. Abbiamo visto che è la forza perpendicolare alla superficie: quindi la forza dell'oggetto perpendicolare alla rampa, mg cos θ, è uguale alla nostra forza normale.
Così la forza di attrito sull'oggetto è data da:

$$F_{attrito} = \mu\, mg \cos \theta$$

Tenendo conto di tutte le forze che agiscono sull'oggetto parallelamente al piano inclinato (mg cos θ è controbilanciata dalla forza normale), abbiamo la seguente relazione:

$$F_{totale} = Mg - mg \text{ sen } \theta - \mu\, mg \cos \theta$$

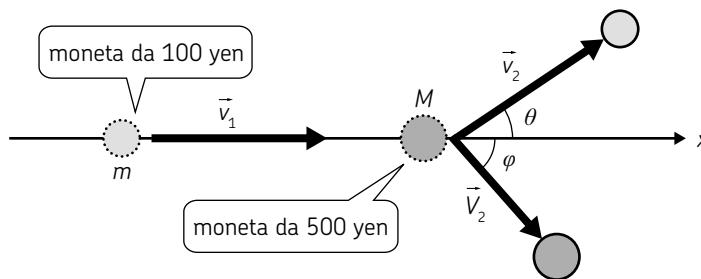
forza totale = peso di M – componente della forza di gravità – forza di attrito

Sapendo ciò, possiamo calcolare con che accelerazione l'oggetto m salirà per la rampa!

MONETE IN COLLISIONE E LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

Nel Capitolo 3 abbiamo parlato della collisione fra monete, della conservazione della quantità di moto e di come debba valere in due dimensioni (pagina 144). In quell'esempio abbiamo visto che la quantità di moto iniziale della moneta da 100 yen nella direzione x deve essere uguale alla quantità di moto finale delle due monete, sempre nella direzione x. Nelle seguenti equazioni
la moneta da 100 yen ha massa m e quella da 500 yen ha massa M:

❶ $mv_1 = mv_2 \cos \theta + MV_2 \cos \varphi$

E visto che la moneta da 100 yen non ha inizialmente nessuna quantità di moto nella direzione y, sappiamo che le quantità di moto delle due monete nella direzione y devono annullarsi a vicenda:

❷ $0 = mv_2 \text{ sen } \theta - MV_2 \text{ sen } \varphi$

Assumendo che si tratti di un urto completamente elastico (e quindi che l'energia cinetica si conservi), sappiamo anche che vale:

energia cinetica iniziale = energia cinetica finale

❸ $\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}MV_2^2$

In queste tre equazioni (❶, ❷ e ❸) compaiono quattro incognite: v_2, V_2, θ e φ. Non è possibile trovare una soluzione unica, perché abbiamo troppe incognite rispetto al numero di equazioni; possiamo però trovare una relazione fra queste variabili. Esaminiamo quindi la moneta da 100 yen e in che relazione sono il rapporto tra la sua velocità finale e quella iniziale (v_2/v_1) e l'angolo di cui viene deviata (θ). Assumiamo per semplicità che $m < M$. (La collisione fra le monete da 100 e da 500 yen soddisfa questa condizione.)

Manipoliamo prima le equazioni in modo da eliminare la variabile φ, mettendo in evidenza, per comodità, sen φ e cos φ. Consideriamo dapprima l'equazione ❶, da cui sembra facile esplicitare cos φ:

$$MV_2 \cos\varphi = mv_1 - mv_2 \cos\theta$$

❹ $$\cos\varphi = \frac{mv_1 - mv_2 \cos\theta}{MV_2}$$

Troviamo adesso sen φ dall'equazione ❷:

$$MV_2 \, \text{sen}\varphi = mv_2 \, \text{sen}\theta$$

❺ $$\text{sen}\varphi = \frac{mv_2 \, \text{sen}\theta}{MV_2}$$

Adesso che abbiamo queste due formule (❹ e ❺), le possiamo inserire in una fondamentale uguaglianza trigonometrica, che è vera per qualsiasi angolo:

❻ $\text{sen}^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$

Attenzione: i calcoli che svolgiamo in questo paragrafo sono delicati! Ricavando V_2^2, dovreste trovare:

❼ $V_2^2 = (\frac{m}{M})^2(v_1^2 - 2v_1v_2 \cos\theta + v_2^2)$

Sappiamo che l'energia si conserva, e quindi deve valere anche l'equazione ❸. Inseriamo quindi il valore dato dalla ❼ nella ❸. A questo punto abbiamo solo tre variabili da considerare: v_1, v_2, e θ, come volevamo. Provate a ricavare v_2. (Un aiutino: può servire la formula risolutiva dell'equazione di secondo grado.)

Dopo tutti i calcoli, troverete la seguente relazione:

$$❽ \quad v_2 = \frac{(\frac{m}{M})\cos\theta + \sqrt{1-(\frac{m}{M})^2 \,\text{sen}^2\theta}}{1+\frac{m}{M}} \, v_1$$

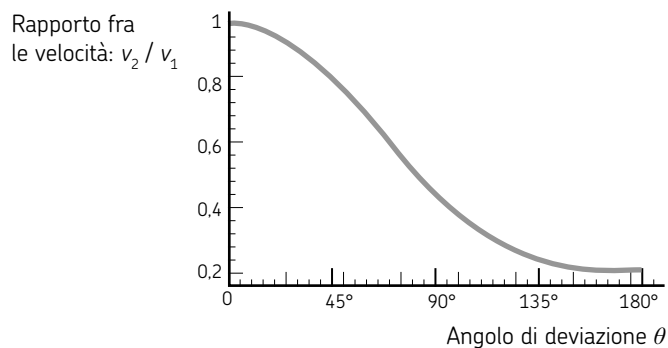
Proviamo in questa espressione ad assegnare il valore $\theta = 0$, e troveremo $v_1 = v_2$: è il caso in cui l'oggetto 1 supera l'oggetto 2 senza collidere.

Se invece pensiamo al caso in cui gli oggetti rimbalzano in direzioni opposte e $\theta = 180°$, troviamo:

$$❾ \quad v_2 = \frac{1-\frac{m}{M}}{1+\frac{m}{M}} \, v_1$$

Questa equazione indica che se la massa M è molto più grande della m, vale la relazione $v_2 = v_1$ perché il termine m / M tende a zero. Il senso è che, se un oggetto con una massa piccola collide direttamente con un oggetto enorme, rimbalza indietro alla stessa velocità che aveva prima dell'urto. Quando invece $M = m$, si ha $v_2 = 0$. Possiamo verificarlo facendo collidere due monete uguali (sostituendo quindi la moneta da 500 yen con un'altra da 100 yen) ed evitando una traiettoria obliqua. Dopo la collisione, la prima moneta si ferma, mentre la seconda, che inizialmente era ferma, si muove alla stessa velocità. In questo caso troviamo facilmente dall'equazione ❼ che $V_2 = v_1$. In sostanza, le due monete si scambiano le velocità.

Tracciamo adesso in un grafico la relazione fra l'angolo di deviazione (θ) e il rapporto tra le velocità della moneta da 100 yen prima e dopo la collisione (v_2 / v_1). Dato che la massa di una moneta da 100 yen è di 4,8 g, mentre quella di una moneta da 500 yen è di 7,0 g, troviamo $m / M = 4{,}8 / 7{,}0 = 0{,}69$. Usiamo questi dati nell'equazione ❽, dopo di che ne ricaviamo v_2 / v_1 ed esprimiamo in un grafico il risultato. Ecco la formula di cui tracceremo il grafico:

$$❿ \quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{0{,}69 \cos\theta + \sqrt{1-0{,}69^2 \,\text{sen}^2\theta}}{1 + 0{,}69}$$

A pensarci un po' su, questo grafico diventa chiaro anche intuitivamente: se l'angolo di deviazione è grande (cioè, se la collisione tra le monete è avvenuta di striscio), la velocità finale della moneta (v_2) sarà piccola, e così anche il rapporto v_2 / v_1. Notiamo che se usiamo oggetti con masse diverse, la relazione (e quindi il grafico che la rappresenta) cambierà.

VELOCITÀ DOPO IL COLPO

FORZA

VELOCITÀ PRIMA DEL COLPO

IMPULSO DATO DALLA RACCHETTA

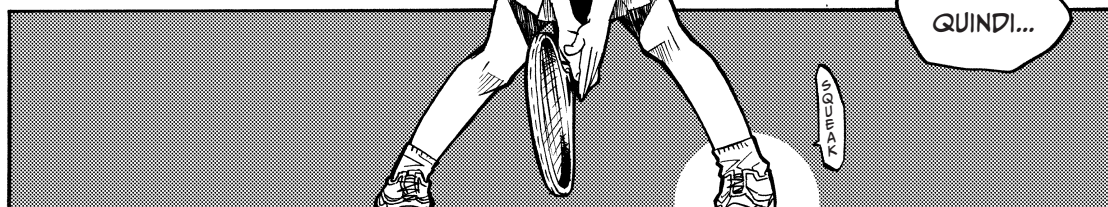
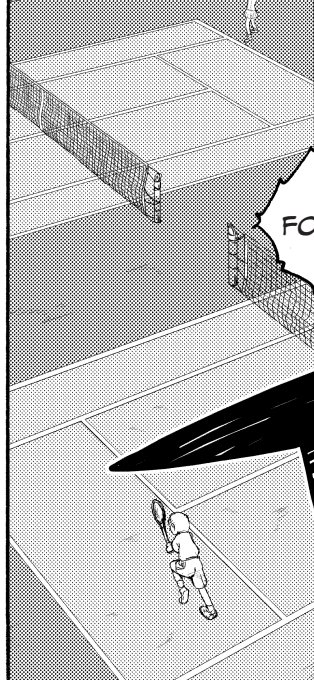
QUANTITÀ DI MOTO DOPO IL COLPO

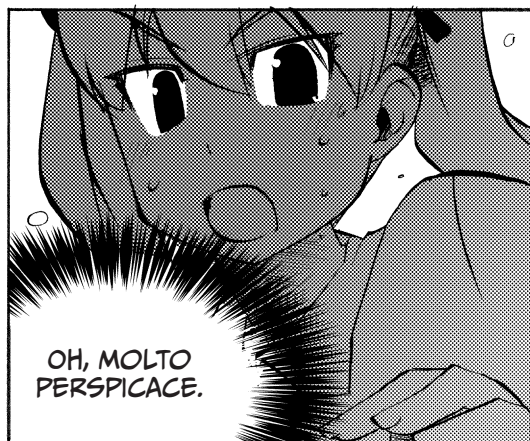
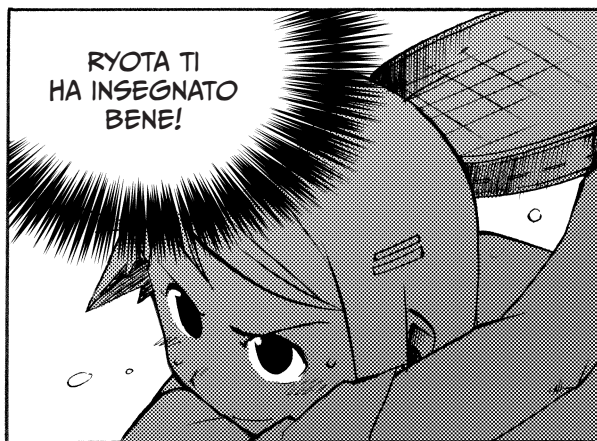
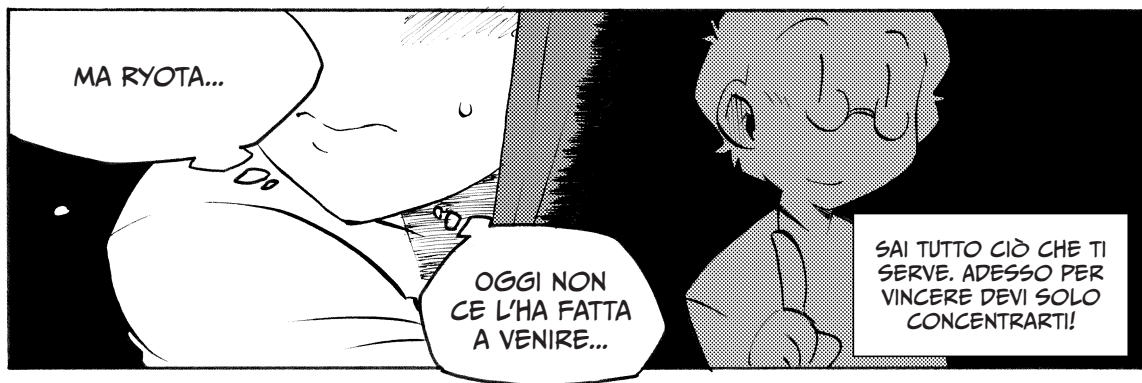
QUANTITÀ DI MOTO PRIMA DEL COLPO

LA RELAZIONE FRA LA QUANTITÀ DI MOTO E LA FORZA...

DETERMINA LA VELOCITÀ DELLA MIA RISPOSTA.

QUINDI...

SQUEAK

LA VELOCITÀ DETERMINA ANCHE IL MOVIMENTO SUCCESSIVO!

VAI!

OH, MOLTO PERSPICACE.

RYOTA TI HA INSEGNATO BENE!

MA RYOTA...
OGGI NON CE L'HA FATTA A VENIRE...
SAI TUTTO CIÒ CHE TI SERVE. ADESSO PER VINCERE DEVI SOLO CONCENTRARTI!

OOPS!
TUM

SAYAKA IN VANTAGGIO.
PANT PANT...

E ORA,
SEI FINITA, MEGUMI.

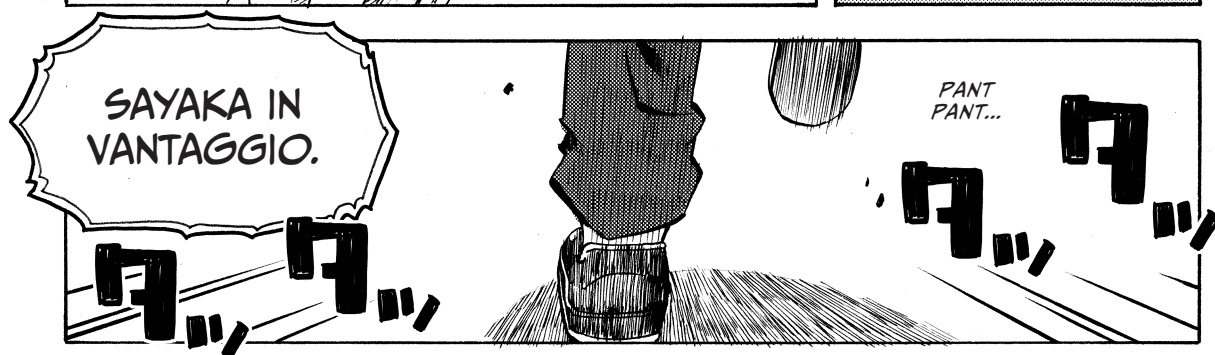
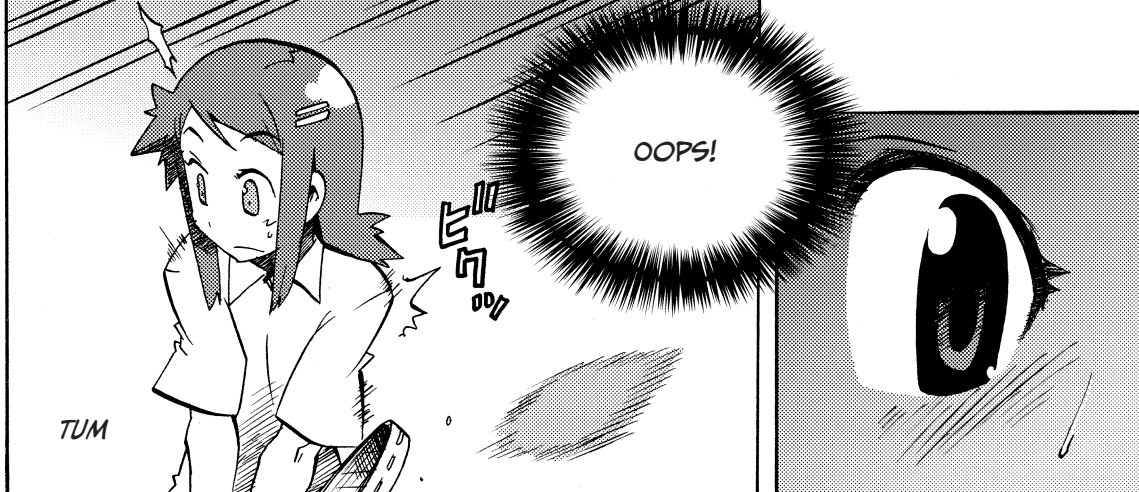
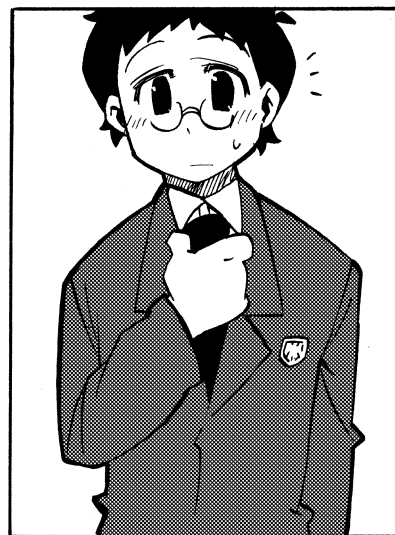
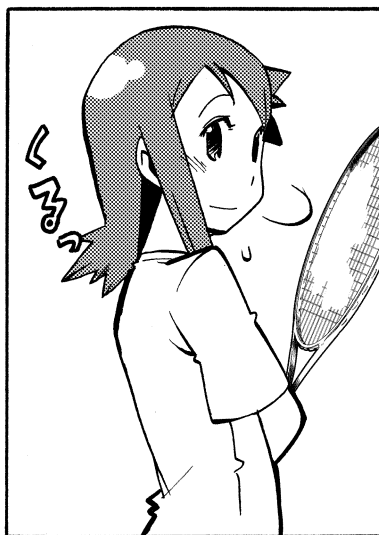
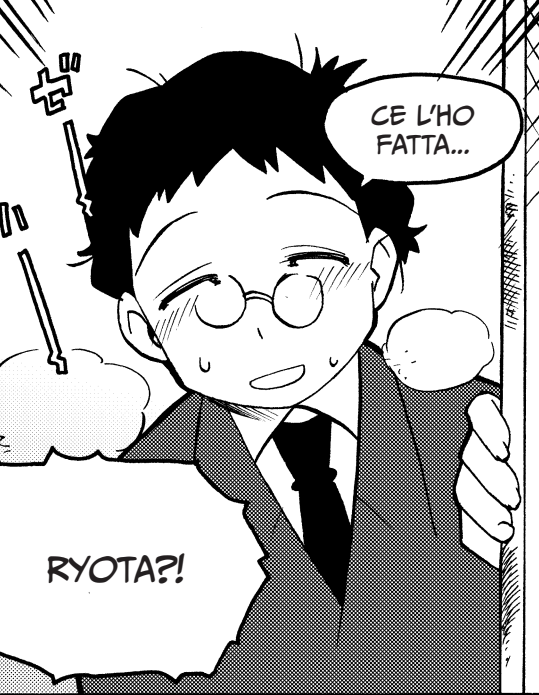
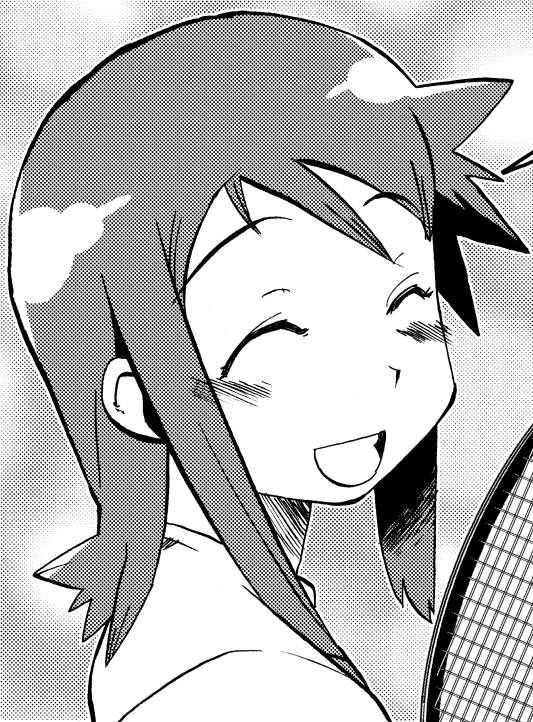
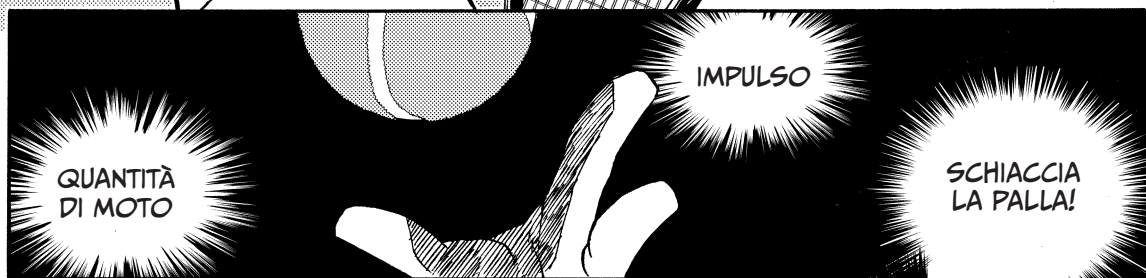
PANT PANT...
EHI!

NON CI CONTARE.
NINOMI...
ME-MEGU!!

CE L'HO FATTA...
RYOTA?!

SEI QUI!!
...
HO CHIESTO AGLI ORGANIZZATORI DI RINVIARE LA CONFERENZA.

CERTO!
MEGU, RICORDA: CONCENTRATI SULLA PARTITA.
EVVIVA! MAGNIFICO!

POSSO VINCERE. SONO IO ALLA BATTUTA.

EHI, FINALMENTE MI HAI CHIAMATA MEGU!
CHE C'È FRA QUEI DUE SCI-ROCCATI?
IMPULSO
QUANTITÀ DI MOTO
SCHIACCIA LA PALLA!
DISTRUGGILA, SPACCALA!

ACE!

COM'ERA
VELOCE.

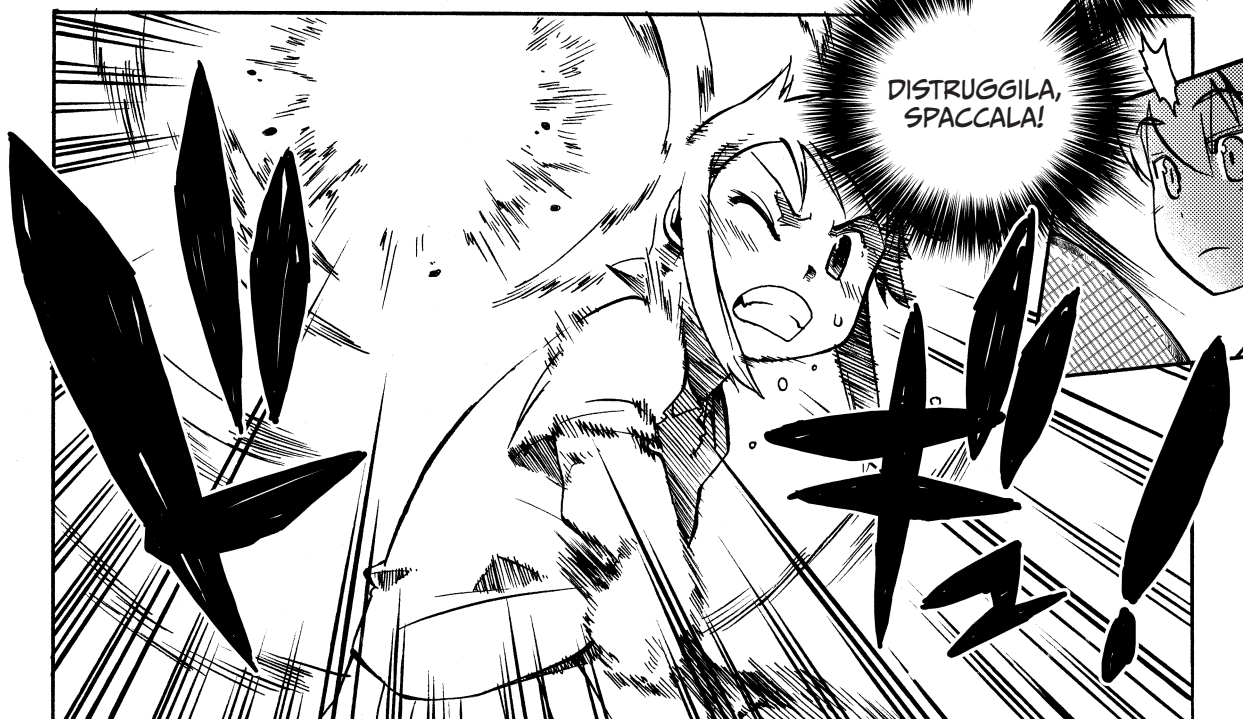
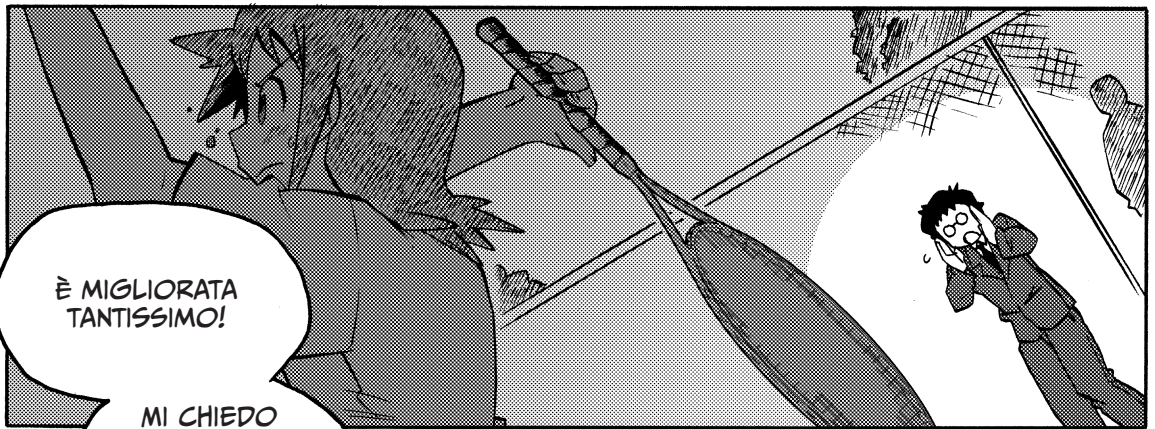
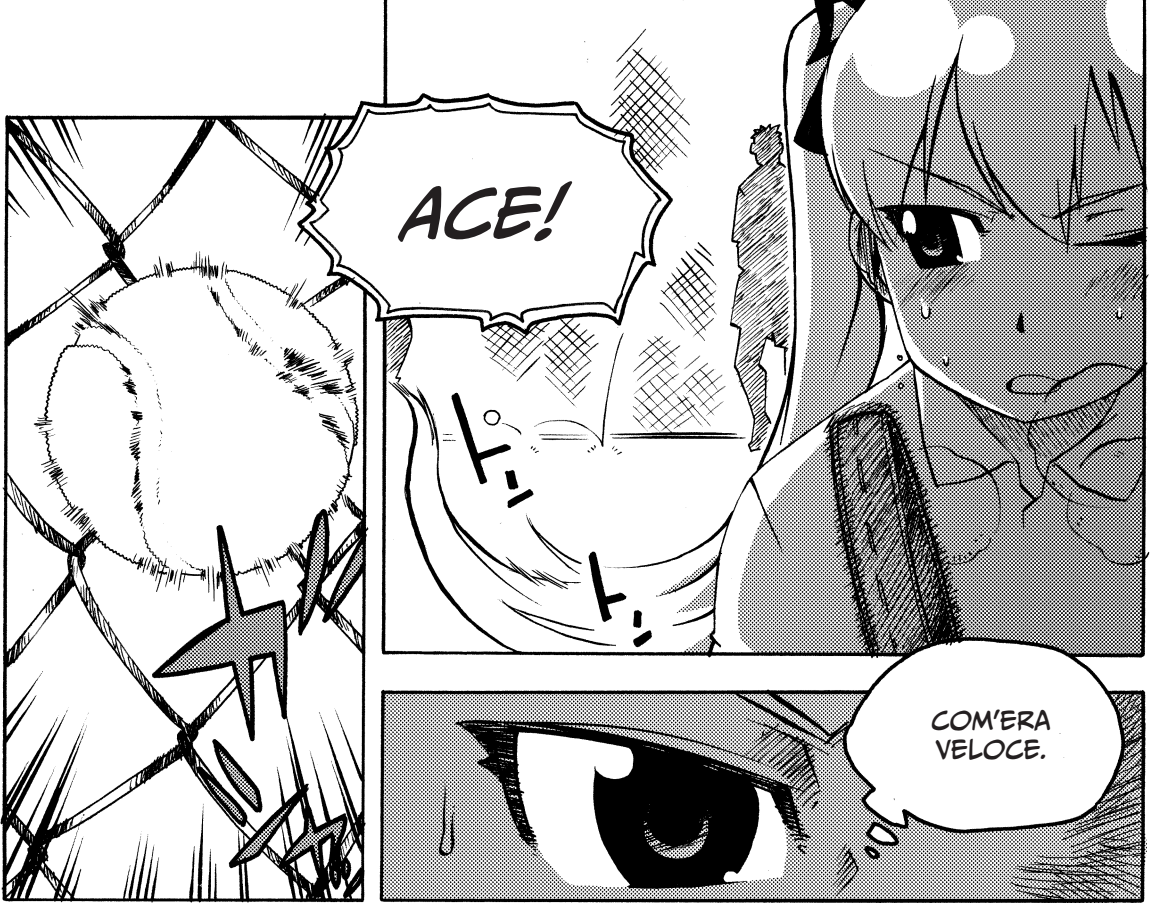
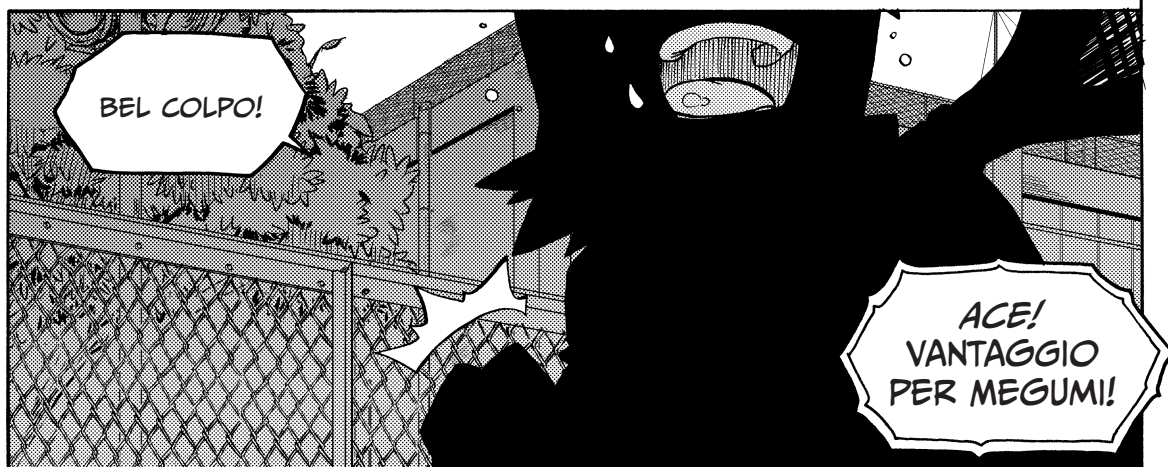
È MIGLIORATA
TANTISSIMO!

MI CHIEDO
CHI SIA IL
SUO NUOVO
ALLENATORE!!

VAI
COSÌ!!

CONCENTRATI, SAYAKA!!

ゴクッ

CE LA POSSO FARE!!

RICORDO PERFETTAMENTE LE TUE LEZIONI, RYOTA.
FLETTI IL CORPO.
MASSIMIZZA LA FORZA QUANDO LA RACCHETTA COLPISCE LA PALLA!

ACE!

GIOCO, SET, INCONTRO!

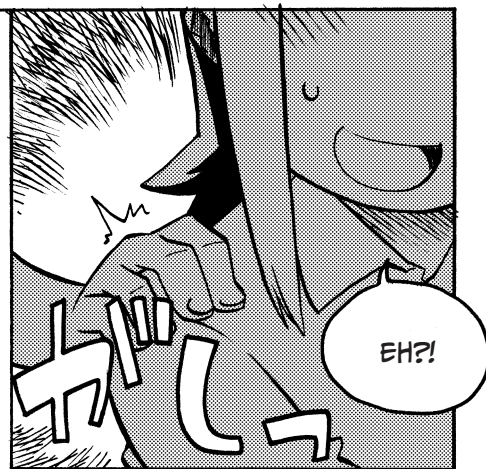
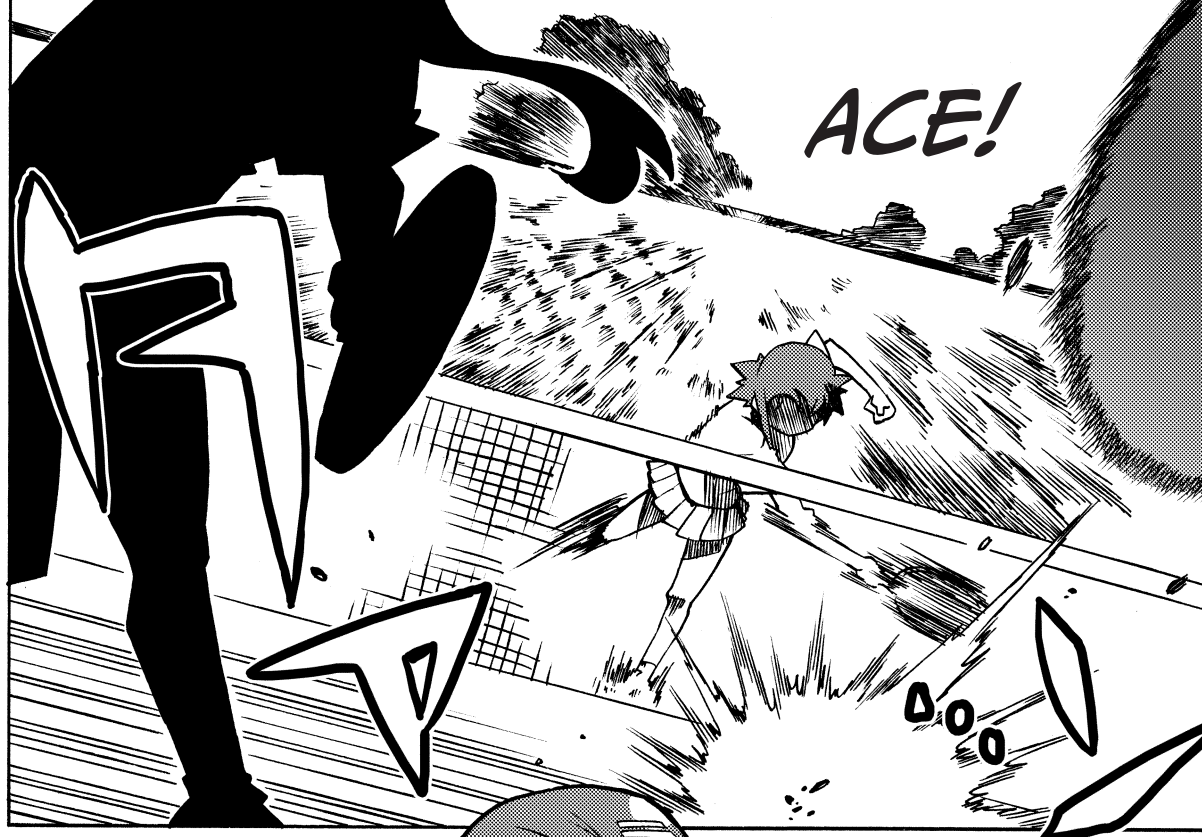
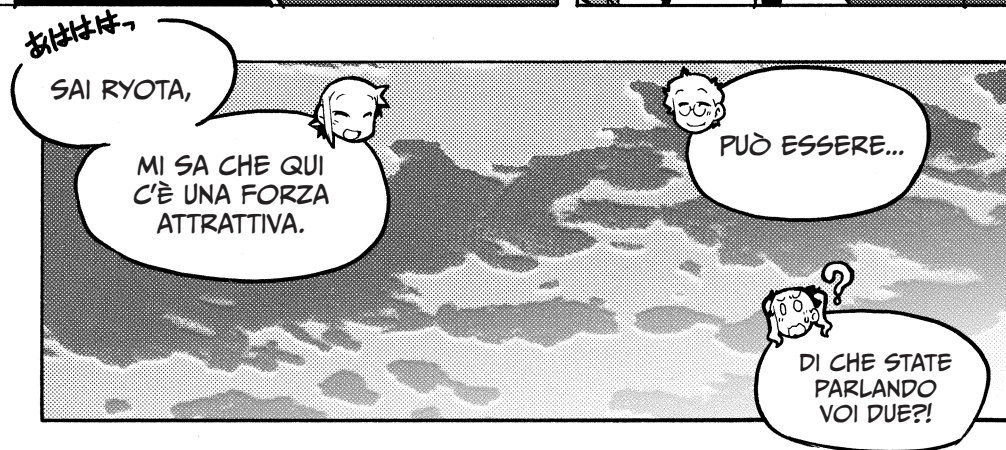
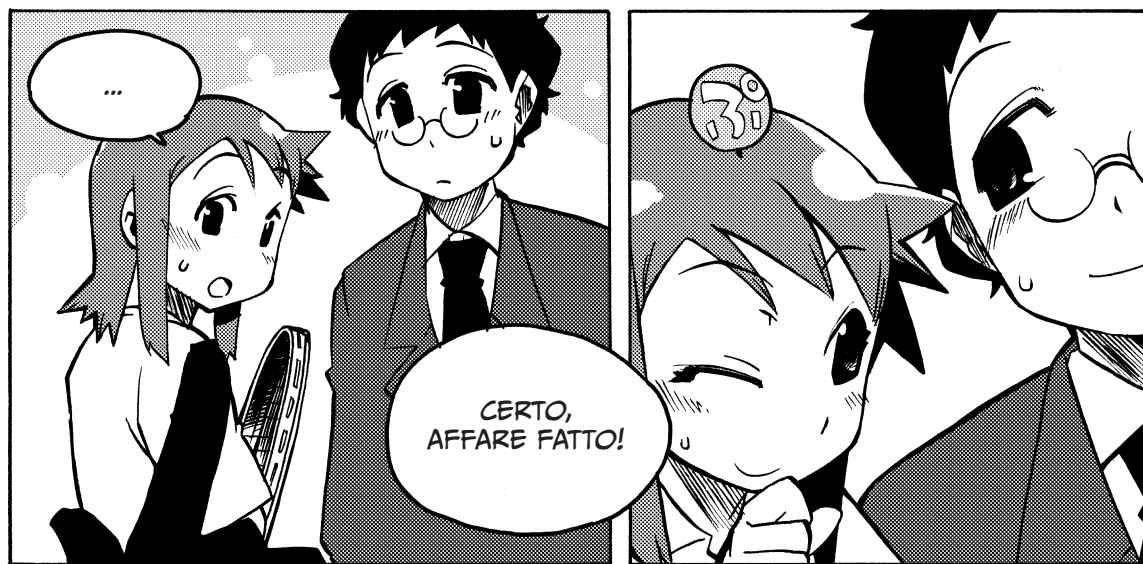
HA VINTO MEGUMI!

IO...

MICA TE NE PUOI ANDARE COSÌ, SAI.
EHI, TU!
EHM...

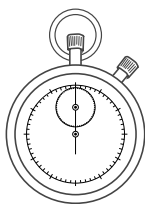
E-EHM. TI VA DI GIOCARE INSIEME A ME AL PROSSIMO DOPPIO?

CERTO, AFFARE FATTO!
...

あははは
SAI RYOTA,
MI SA CHE QUI C'È UNA FORZA ATTRATTIVA.
PUÒ ESSERE...
?
DI CHE STATE PARLANDO VOI DUE?!

CAPIAMO LE UNITÀ DI MISURA

Quando si parla di meccanica classica, ci sono solo tre unità di misura fondamentali. A partire da queste, possiamo ricavare unità di misura più complesse come il newton e il joule. Le tre unità fondamentali sono:

metro, m
(che misura la *distanza*)

secondo, s
(che misura il *tempo*)

chilogrammo, kg
(che misura la *massa*)

VELOCITÀ E ACCELERAZIONE

Esaminiamo come si mettono insieme queste tre unità per ottenerne di nuove. Consideriamo dapprima la velocità e l'accelerazione:

$$\text{velocità} = \frac{\text{variazione di distanza (m)}}{\text{tempo (s)}} = \text{m/s}$$

$$\text{accelerazione} = \frac{\text{variazione di velocità (m/s)}}{\text{tempo (s)}} = \text{m/s}^2$$

Date queste relazioni, vediamo che la *velocità* è definita come una variazione di distanza rispetto al tempo e l'*accelerazione* come la variazione di questa variazione! Chi studia calcolo differenziale sa che questo significa che la velocità è la derivata *prima* della distanza, e l'accelerazione è la derivata *seconda* della distanza (entrambe rispetto al tempo).

FORZA

In base al secondo principio della dinamica, forza uguale massa per accelerazione ($F = ma$):

$$\text{forza} = \text{massa (kg)} \times \text{accelerazione (m/s}^2\text{)} = \text{kg} \times \text{m/s}^2 = \text{N}$$

Per risparmiarci un'emicrania, chiamiamo *newton* (N) un kg × m/s^2. Ricordiamo questa relazione: sarà importante per ricavare altre unità di misura!

$$1 \text{ kg} \times \text{m/s}^2 = 1 \text{ N}$$

QUANTITÀ DI MOTO E IMPULSO

La *quantità di moto* è una grandezza fisica importante da misurare, soprattutto quando consideriamo collisioni, atterraggi o impatti. È definita così:

quantità di moto = massa (kg) × velocità (m/s) = kg × m/s

L'*impulso*, come abbiamo già visto nel Capitolo 3, è semplicemente una variazione di quantità di moto, e si può esprimere così:

impulso = forza (N) × tempo (s) = kg × m/s

Perché questo calcolo funziona? Basta ricordare che 1 N = 1 kg × m/s^2. Osserviamo che l'unità di misura della quantità di moto, kg × m/s, non ha un nome più semplice.

ENERGIA E LAVORO

L'*energia cinetica* è definita così:

energia cinetica = $\frac{1}{2}$ × massa (kg) × velocità^2 (m/s) = kg × m^2/s^2 = J

Come per la forza, anche qui c'è un nome più semplice per questa unità di misura dell'energia: joule (J), che prende nome dal fisico inglese James Prescott Joule. L'*energia potenziale gravitazionale* si può calcolare così:

energia potenziale = peso (N) × altezza (m) = kg × m^2/s^2 = J

Ovviamente, questa unità è uguale a quella dell'energia cinetica. Il lavoro è una misura dell'energia trasferita da una forza lungo una distanza. Notiamo la somiglianza fra questa relazione e la precedente:

lavoro = forza (N) × distanza (m) = kg × m^2/s^2 = J

Il risultato di tutti questi calcoli è sempre il joule, la nostra unità di misura dell'energia, come è giusto che sia!

PREFISSI SI

Possiamo aggiungere al nome di un'unità di misura un prefisso per ricavarne multipli e sottomultipli. Questi prefissi che indicano diverse potenze di 10 si chiamano *prefissi SI*, e derivano dalle norme fissate a livello mondiale che costituiscono il Sistema Internazionale (SI) di unità di misura. Per esempio, un chilometro (km) è uguale a 1000 metri, 7 megajoule (MJ) sono uguali a 7.000.000 joule, e 3 nanogrammi (ng) sono uguali a 0,000000003 grammi.

NOTA *I simboli per i prefissi più grandi di "chilo-" sono in lettere maiuscole.*

Simbolo	Prefisso	Potenza di dieci
y	yocto-	10^{-24}
z	zepto-	10^{-21}
a	atto-	10^{-18}
f	femto-	10^{-15}
p	pico-	10^{-12}
n	nano-	10^{-9}
μ	micro-	10^{-6}
m	milli-	1/1000
c	centi-	1/100
d	deci-	1/10
da	deca-	10
h	etto- (o hecto-)	100
k	chilo- (o kilo-)	1000
M	mega-	10^{6}
G	giga-	10^{9}
T	tera-	10^{12}
P	peta-	10^{15}
E	exa-	10^{18}
Z	zetta-	10^{21}
Y	yotta-	10^{24}

INDICE

F

G

I

J

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

UN'AFFASCINANTE GUIDA ALLA FISICA. A FUMETTI!

MEGUMI È UN'ATLETA NATA MA È UN DISASTRO IN FISICA. L'ULTIMO COMPITO IN CLASSE NON È ANDATO BENE PER QUESTO NON RIESCE A TROVARE LA CONCENTRAZIONE DURANTE UN'IMPORTANTE PARTITA DI TENNIS. FORTUNATAMENTE LE VIENE IN SOCCORSO UN SUO COMPAGNO DI CLASSE, RYOTA, UN GENIO IN FISICA, CHE ATTRAVERSO ESEMPI PRATICI LA AIUTA A CAPIRE LA TEORIA E PERFINO AD APPLICARLA PER MIGLIORARE LA SUA TECNICA DI GIOCO.

NE *"I MANGA DELLE SCIENZE: FISICA"* ACCOMPAGNERETE PASSO DOPO PASSO MEGUMI NEL SUO PERCORSO DI APPRENDIMENTO DELLA FISICA ATTRAVERSO OGGETTI REALI COME I PATTINI, LA FIONDA E IL SERVIZIO A TENNIS. IN POCO TEMPO DIVENTERETE ESPERTI DI CONCETTI COME LA QUANTITÀ DI MOTO, L'IMPULSO, IL MOTO PARABOLICO E LA RELAZIONE CHE C'È TRA FORZA, MASSA E ACCELERAZIONE.

IN MODO RAPIDO E DIVERTENTE IMPARERETE INOLTRE A:

- APPLICARE I TRE PRINCIPI DELLA DINAMICA NELLA VITA QUOTIDIANA;
- DETERMINARE COME SI MUOVONO DEGLI OGGETTI DOPO UNA COLLISIONE;
- TRACCIARE DIAGRAMMI VETTORIALI E SEMPLIFICARE PROBLEMI COMPLESSI MEDIANTE L'USO DELLA TRIGONOMETRIA;
- CALCOLARE COME VARIA L'ENERGIA CINETICA DI UN OGGETTO AL CRESCERE DELLA SUE ENERGIA POTENZIALE;

SE LA FISICA VI METTE IN CRISI O AVETE SEMPLICEMENTE BISOGNO DI UN RIPASSO, *"I MANGA DELLE SCIENZE: FISICA"* VI AIUTERA' A CAPIRE QUESTA MATERIA IN MODO ACCATTIVANTE, PRATICO E ORIGINALE.

la Repubblica Le Scienze

Pubblicazione settimanale da vendersi esclusivamente in abbinamento a la Repubblica oppure a Le Scienze.
Supplemento al numero in edicola.
9,90 euro + il prezzo di Repubblica oppure de Le Scienze.